

# **Bruchkörper in der Textilbetonbemessung für porösen Beton, Leichtbeton, UHPC und Lamelle - *Wozu sind diese gut ?***

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes *Versagens-Modus-Konzept***
- 4 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Heber) (ähnlich: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)**

Komplett auf CCEV website <http://www.carbon-composites.eu/leistungsspektrum/fachinformationen/fachinformation-2>

Ergebnisse aus 20-jähriger '**Non-funded Hobby**' –**Arbeit** eines ehemaligen Ingenieurs der Industrie.

*Prof. Dr.-Ing. habil. Ralf Cuntze VDI, verbunden mit Carbon Composites e.V. (CCEV) Augsburg und CC-TUDALIT*

**Gute Bemessung und Nachweis,  
dass eine Festigkeits-Grenze noch nicht erreicht ist  
verlangt die Anwendung  
validierter Festigkeitsbedingungen.**

**Dazu gehören**

**Fließbedingungen für nicht-lineare Analyse und  
Fließgrenzennachweis (duktilen Verhalten)**

**sowie**

**Bruchbedingungen für den Bruchnachweis  
= Festigkeitsbedingungen  $F$  für Bruch.**

# Was beschreibt den Bruchkörper? *Isotroper Werkstoff*

---

Bruchkörper: Menge aller Spannungskombinationen = Beanspruchungszustände, die gerade noch nicht zum Bruch führen.

Bruchkörper-Oberfläche: Fläche, auf der alle Bruch-Spannungskombinationen liegen. Sie wird mathematisch durch eine Bruch-Festigkeitsbedingung  $F(\underline{\sigma}, \underline{f})$  beschrieben ( $f$  ist Festigkeit =  $R$  Resistance, Widerstand).

Trifft die Vektorspitze des anliegenden Beanspruchungszustands die Oberfläche, so ist einerseits  $RF = 1$  und andererseits die Werkstoffanstrengung  $Eff = 100\%$  ( $= 1$ ).

Für jeden 'Dimensionierenden Lastfall' mit seinen diversen Versagensmoden ist nachzuweisen, dass beanspruchungskritischen Stellen des Werkstoffs gilt  
Festigkeit > Beanspruchung bzw.  $RF > 1$ .

Liegt die Spitze des den Spannungszustand beschreibenden Vektors  $\underline{\sigma}$ , gebildet aus den 3 Hauptspannungen, noch innerhalb des Bruchkörpers, so liegt noch eine Reserve vor und die Belastung kann noch um den sog. Reservefaktor  $RF$  gesteigert werden bis schließlich Bruch eintritt.

*Hat der Werkstoff Fließvermögen, so wird die mit der Belastung sich vergrößernde Fließoberfläche schließlich durch die Bruchoberfläche begrenzt !*

Auch für einen so 'alten' Werkstoff wie Beton  
gibt es noch Einiges zu tun,  
schon aufgrund der unterschiedlichen isotropen Arten wie:

***sehr poröser Heber-Baustein (Ytong), Normalbeton, UHPC;***

***dazu kommen zur Stahlbetonertüchtigung neuerdings CFK-Lamellen.***

**Vortrag betrifft Bruch-Festigkeitsbedingungen für obige,  
sich spröd verhaltende Werkstoffe im Bauwesen.**

Es wird somit der **Grenzzustand der Tragfähigkeit** angesprochen.

- Das Wissen um die Bruchkörper-Oberfläche ist für das mehrachsige Festigkeitsverständnis sehr hilfreich. Zu ihrer Festlegung benötigt man Festigkeitsmodelle für Bruch.

# Einige physikalische Überlegungen, speziell für UHPC unter Druck

1. (1D-)Festigkeitswerte  $f$  ( $= R$ ): Ergebnis aus einachsigen Versuchen mit 'freien' Probekörpern ('isolated' test specimens) mit der Versagensart 'Schwächstes Glied-Versagen'
2. 3D-Festigkeitswerte im Druckbereich: Ergebnis der Versagensart 'Redundantes Versagen', Stützwirkung liegt vor, anderes Versagens-Verhalten.

*Beispiel UHPC:*

$$\{\sigma_{bruch}\} = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})_{bruch}^T : (-160, 0, 0)^T \Rightarrow (-230, -6, -6)^T$$

1D 3D

Es sind also bei hydrostatisch hochbeanspruchtem UHPC die Festigkeitsbedingungen für Normalbeton nicht ausreichend !

## Es gibt viele Festigkeitsmodelle.

\* Doch welche soll man im isotropen Fall nehmen?

Gibt es Nachteile bei den bekannten 'isotropen' Betonmatrix-Modellen wie Ottosen, Drucker-Prager, Willem-Warnke, Dresdener Modelle ?

\* Wie bewertet man anisotrope CFK-Lamellen, wenn diese auch quer zur Faserrichtung beansprucht werden??



*Entsprechend meinen Initialen*

**RC = Reinforced Concrete**

fühlte ich mich verpflichtet, wenigstens etwas zur Verbesserung  
der mehrachsigen Festigkeits-Situation  
der un-verstärkten Betonmatrix beizutragen!

Diese Verpflichtung galt für mich zusätzlich für  
den Heber-Baustein und  
die CFK-Lamelle (carbonfaser-verstärkte Polymermatrix),

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen ?**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen 'Beton' (Heberstein) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**



# Ziele und Ausführung

---

1. Aufstellung einer geschlossenen Ansatzfunktion für die Bruchkörper-Oberfläche beschreibende Festigkeitsbedingung  $F = 1$
  2. Kein „Fitten“ der Testdaten auf Zugmeridian und Druckmeridian. *Die Meridian-Kurven ergeben sich aus der geschlossenen Ansatzfunktion*
  3. Signifikante Modellparameter seien klassisch messbare Größen. Diese sind Festigkeiten  $f (= R)$  und bei sprödem Verhalten Reibung(en)  $\mu$
- ✓ Aufstellung von Bruch-Festigkeitsbedingungen unter Verwendung von Invarianten (analog zu v. Mises), die einem physikalischen Mechanismus des Werkstoffelementes zuordenbar sind.

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma) , \quad 6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$

$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

**Invariante:** *Kombination von Spannungen – potenziert oder nicht-potenziert – dessen Wert sich bei Änderung des Koordinatensystems nicht ändert.  
 $\sigma$  sind die Hauptspannungen*

# Was war meine Haupt-Motivation für die Untersuchungen?

---

*Die erlebte Erfahrung :*

**Man soll nicht auf den Werkstoff schauen sondern auf das Werkstoff-Verhalten.**

Damit ist es möglich, die mathematische Beschreibung der Form eines Bruchkörper-Modells von einem sich ähnlich verhaltenden, bereits *mehr-axial* test-erprobten Werkstoffes zu übernehmen.

Beispiel hier : voll poröser Heber-Baustein (Ytong) ähnlich porösem Schaum.

Ist das Bruchmodell bekannt, so wird die Größe des Bruchkörpers des sich ähnlich verhaltenden Werkstoffs - für den Tragfähigkeitsnachweis – nur noch mit dessen einfach zu messenden *ein-axialen* Festigkeiten festgelegt.

# .. .. da war noch eine weitere Motivation ?

Drucker-Prager, Ottosen, Willam-Warnke, Tsai u.a.

... verheiraten mathematisch alle Bruchmoden im Ansatz.

*Nachteil:* falls ein Festigkeitswert zu ändern ist, dann trifft es den ganzen Bruchkörper, wobei Teile des Bruchkörpers un-konservativ werden können, falls man den Verlauf aller Testdaten nicht wieder neu abbildet.

**1 Globale Festigkeitsbedingung** :  $F(\{\sigma\}, \{R\}) = 1$  (übliche Formulierung)

**Satz von Modalen Festigkeitsbed.** :  $F(\{\sigma\}, R^{mode}) = 1$  (hier gewählt)

Mises, Cuntze

$$R = f$$

Isotrop:  $\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy})^T = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})^T$

anisotrope Lamelle:  $\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{21})^T$

Interaktion notwendig

Modale Festigkeitsbedingungen betrachten alle Modi getrennt:

*Nachteil* (klein) : bedingt dann natürlich eine Interaktion aller Modi

*Vorteil* : Festigkeitswert-Änderung betrifft nur einen Modus

## ... und eine dritte Motivation ? *Bildung von Vergleichsspannungen*

Hilfreich für den Ingenieur ist die Bereitstellung von *Vergleichsspannungen* mit Nutzung der **Werkstoffanstrengung Eff**

$$f_{cm} = \bar{R}_c \quad \text{moduszugehöriger Mittelwert der Festigkeit}$$

$f \equiv R$  (resistance) zu nehmen fürs 'mapping'

$$Eff^{mode} = \sigma_{eq}^{mode} / \bar{R}^{mode}$$

$$Eff^{fracture\ mode} = \sigma_{eq}^{fracture\ mode} / R_m$$

$$Eff^{Mises} = \sigma_{eq}^{Mises} / R_{po.2}$$

$$Eff = \sqrt[m]{(Eff^{mode\ 1})^m + (Eff^{mode\ 2})^m + \dots}$$



Interaktion der (Bruch-)Versagensmodi (Modell: Serienversagens-System)

= 'Akkumulation' der Anstrengungen = Summe der Bruchgefahranteile

Bei modalen Festigkeitsbedingungen  
immer - klar definierbar - möglich !

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept (Failure-Mode-Concept)**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Hebersteine) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

# Physikalisch basierte Invariantenwahl bei der Aufstellung von Festigkeitsbedingungen auf Invariantenbasis (isotrop, 120°-Symmetrie)

---

\* **Beltrami** : “Bei ‘Fließbeginn’ besitzt der Werkstoff eine bestimmte *Verzerrungsenergie*, die sich zusammensetzt aus  
=*Volumenänderungsenergie* ( $I_1^2$ ) und *Gestaltänderungsenergie* ( $J_2 \equiv v. Mises$ )

\* Mit **Beltrami**, **Mises** (HMH), und **Mohr / Coulomb (Reibung)** gilt:

Invariantenterme in der Versagensfunktion  $F$  können einem bestimmten physikalischen Mechanismus im Werkstoffelement zugeordnet werden :

- **Volumenänderung** :  $I_1^2$  ... (*dilatational energy*) **relevant für Heberstein, UHPC**
- **Gestaltänderung** :  $J_2$  (v. Mises) . (*distortional energy*) **relevant, falls Gestalt sich ändert**
- und - **Reibung** :  $I_1$  ... (*friction energy*) **relevant falls, sprödes Verhalten**

Dazu kommt für die Erfassung “*Nicht-Koaxialität des Bruchkörpers*“:

- $J_3$  ... als mathematisch elegante Ansatzfunktion, um die bekannten Dellen oder Auswölbungen des Bruchkörpers einfach beschreiben zu können.

# Wie baut man nach Cuntzes „Failure-Mode-Concept“ Festigkeitsbedingungen auf ?

## Cuntzes 3D-Ansatz im Druckbereich $I_1 < 0$ für Normalbeton und UHPC

Ansatzfunktion  
komplett für  
isotrope  
Betonmatrix:

koaxialer 'Mises-Zylinder'      Reibung  $\mu$       Porosität

$$F = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta}{\bar{R}^{c^2}} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{\bar{R}^{c^2}} = 1$$

$\nu \approx 0.2$        $\nu \cong 0$   
 NB-Gefahr

Hier auf  
Druckfestigkeit  
normiert !

Nicht-Koaxialitätsparameter  
(120°-Symmetrie isotroper Werkstoffe, 3 gleichwertige Hauptspannungsrichtungen)

$$\Theta_\tau = \sqrt[3]{1 + D_\tau \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_\tau \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma), \quad 6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$

$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

# Cuntzes 3D Festigkeitsbedingungen für isotrope poröse Werkstoffe

**Ansätze:** **Zug**  $F^{NF} = \frac{\sqrt{4J_2 - I_1^2/3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t} = 1$       **Druck**  $F^{CrF} = \frac{\sqrt{4J_2 - I_1^2/3} - I_1}{2 \cdot \bar{R}_c} = 1$       **(Schaum, Ytong)**

**Berücksichtigung bi-axialer Festigkeit (Versagensmodus zweifach):** *in Effs*

$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2/3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t} = \sigma_{eq}^{NF} / \bar{R}_t \quad Eff^{CrF} = c_{CrF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{CrF}) - I_1^2/3} - I_1}{2 \cdot \bar{R}_c}$$

**Zweifache Versagenswahrscheinlichkeit mit der Invariante J<sub>3</sub> erfassbar,**  
**D<sub>NF</sub> und D<sub>CrF</sub> sind die Nicht-Koaxialitätsparameter für die beiden Bruchmoden:**

$$\Theta_{NF} = \sqrt[3]{1 + D_{NF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_{NF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}} \quad \Theta_{CrF} = \sqrt[3]{1 + D_{CrF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_{CrF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

**Interaktion der Versagensmoden:**  $Eff^{NF} = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{CrF})^m]^{m^{-1}}$

**Abschluß der Versagensoberfläche durch Paraboloid-Kappen oben und unten:**

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{cap} \cdot \left( \frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{NF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\max I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} \quad \text{auf die } R_t\text{-normierten Lodekoordinaten bezogen} \quad \frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{bot} \cdot \left( \frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{CrF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\min I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

Zur Bestimmung der Steigungsparameter s müssen die hydrostatischen Werte bekannt sein: *maxI<sub>1</sub>* kann nur abgeschätzt werden, *minI<sub>1</sub>* könnte gemessen werden.



# Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingungen für Normalbeton und UHPC

**Normal-  
Beton :**

$$F^{NF} = c_{NF} \frac{\sqrt{4J_2 \cdot \Theta_{NF} - I_1^2/3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}^t} = 1$$

$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^{c^2}} + c_{1\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} = 1$$

$$c_{NF} = \dots \quad c_{1\tau} \cdot \Theta_{\tau_d} = 1 + c_{1\tau}, \quad c_{2\tau} = \frac{1+3 \cdot \mu}{1-3 \cdot \mu}, \quad \mu = Cd, \quad Cd = \cos(2 \cdot \theta_{fpc}^\circ \cdot \pi/180)$$

Bruchwinkel  $\theta_{fpc}$  liefert: 45° ( $\mu=0$ ), 50° ( $\mu=0.174$ ), 55° ( $\mu=0.309$ ).

Empfohlen :  $0.1 < \mu < 0.2$  (der kleinere Wert ist auf der konservativen Seite)

$I_1^2$  hat hier eine rein mathematische Funktion (Hyperboloid-Schnitt = Gerade)

For SF, fracture angle  $\theta_{fpc} = \cos(2 \cdot \theta_{fpc}^\circ \cdot \pi/180)$  delivers  $c_{2\tau}^{SF} = (-3 \cdot \theta_{fpc} + 1)/(3 \cdot \theta_{fpc} + 1)$ ,  $c_{1\tau}^{SF} = 1 + c_{2\tau}^{SF}$ .

**UHPC:**

$$F^{NF} = c_{NF} \frac{\sqrt{4J_2 \cdot \Theta_{NF} - I_1^2/3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}^t} = 1$$

$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^{c^2}} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{\bar{R}^{c^2}} = 1$$

*Ein Festigkeitsansatz beschreibt in der Regel nur das einmalige Auftreten eines Modus = Versagensmechanismus !*

# Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingung) for UD-Werkstoffe (Lamelle)

(top-ranked in the World-Wide-Failure-Exercises-I and.-II)

FF1	$Eff^{\parallel\sigma} = \check{\sigma}_1 / \bar{R}_{\parallel}^t = \sigma_{eq}^{\parallel\sigma} / \bar{R}_{\parallel}^t,$	$\check{\sigma}_1^* \cong \varepsilon_1^t \cdot E_{\parallel}$	filament strains from FEA
FF2	$Eff^{\parallel\tau} = -\check{\sigma}_1 / \bar{R}_{\parallel}^c = +\sigma_{eq}^{\parallel\tau} / \bar{R}_{\parallel}^c,$	$\check{\sigma}_1 \cong \varepsilon_1^c \cdot E_{\parallel}$	2 <u>filament</u> modes
IFF1	$Eff^{\perp\sigma} = [(\sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / 2\bar{R}_{\perp}^t = \sigma_{eq}^{\perp\sigma} / \bar{R}_{\perp}^t$		3 'matrix' modes
IFF2	$Eff^{\perp\tau} = [(\frac{\mu_{\perp\perp}}{1-\mu_{\perp\perp}}) \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{1-\mu_{\perp\perp}} \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / \bar{R}_{\perp}^c = +\sigma_{eq}^{\perp\tau} / \bar{R}_{\perp}^c$		
IFF3	$Eff^{\perp\parallel} = \{ [2\mu_{\perp\parallel} \cdot I_{23-5} + (\sqrt{(2\mu_{\perp\parallel})^2 \cdot I_{23-5}^2 + 4 \cdot \bar{R}_{\perp\parallel}^2 \cdot (\tau_{31}^2 + \tau_{21}^2)^2})] / (2 \cdot \bar{R}_{\perp\parallel}^3) \}^{0.5} = \sigma_{eq}^{\perp\parallel} / \bar{R}_{\perp\parallel}$		
	with $I_{23-5} = 2\sigma_2 \cdot \tau_{21}^2 + 2\sigma_3 \cdot \tau_{31}^2 + 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{21}$		[Cun04, Cun11]

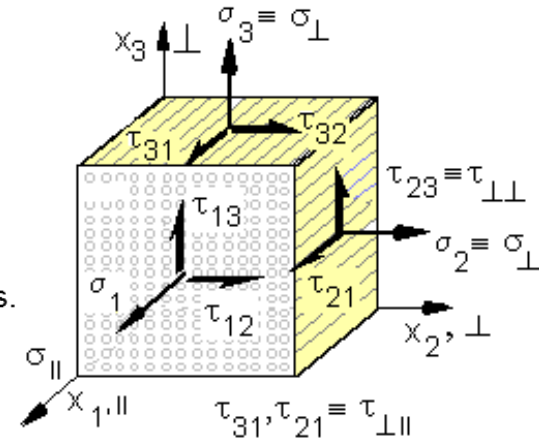
## Modes-Interaction

$$Eff^m = (Eff^{\parallel\tau})^m + (Eff^{\parallel\sigma})^m + (Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m$$

with influence IFF on FF :  $= 1 = 100\%$  is 'onset of failure'

with mode-interaction exponent  $2.5 < m < 3$  from mapping test data

Typical friction value data range:  $0.05 < \mu_{\perp\parallel} < 0.3, 0.05 < \mu_{\perp\perp} < 0.2$

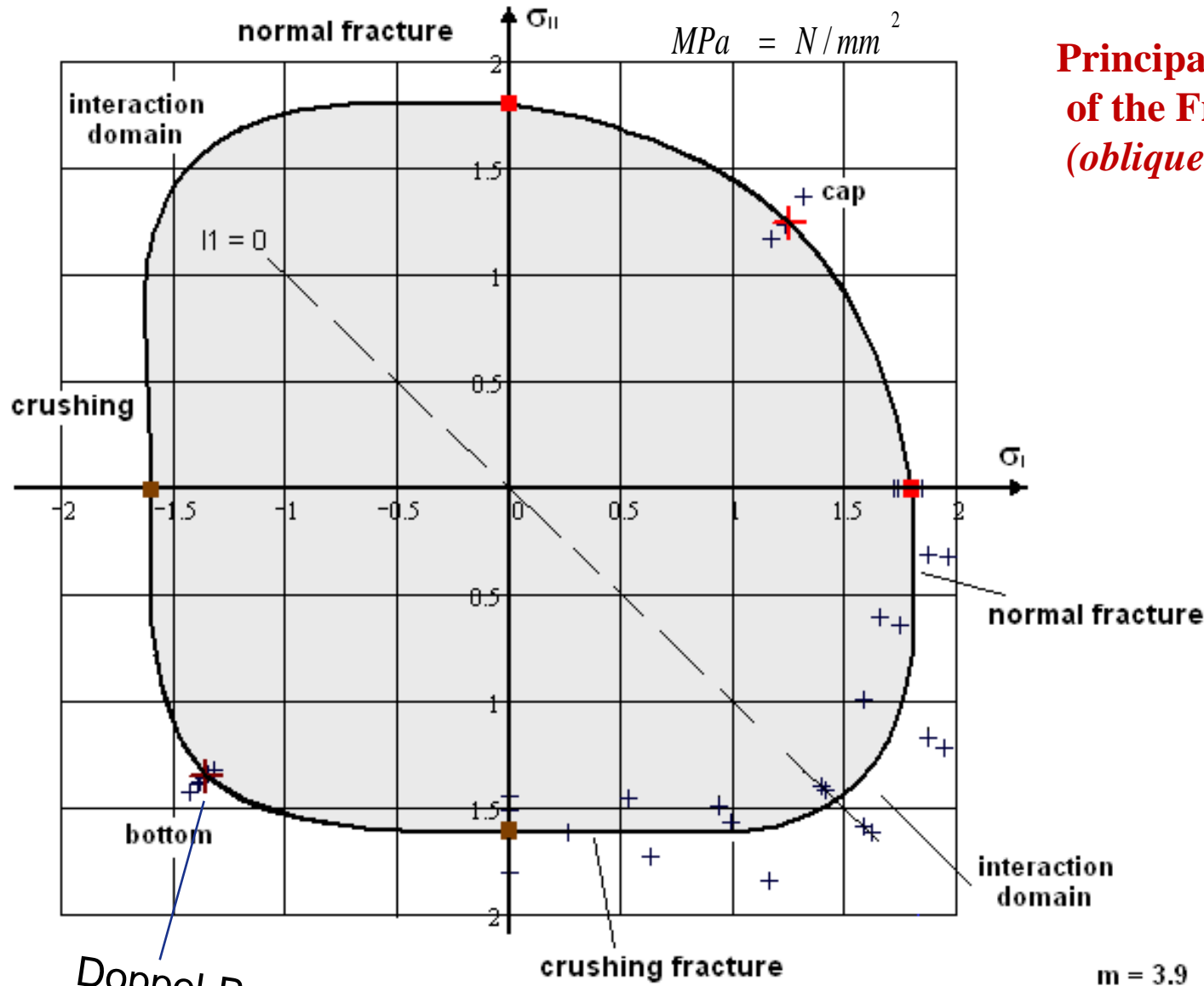


*Eff*:= material stressing effort (Werkstoffanstrengung), *R*:= UD strength,  $\sigma_{eq}$ := equivalent stress.  
*Eff*:= artificial word, fixed with QinetiQ in 2011, to have an equivalent English term.  
 Poisson effect considered\*: bi-axial compression strains a filament without any  $\sigma_1$   
 t:= tensile, c:= compression,  $\parallel$  := parallel to fibre,  $\perp$  := transversal to fibre

- 1 Einführung
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept
- 4 **Anwendung auf sehr porösen 'Beton' (Heberstein)** (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)
- 5 Anwendung auf Normalbeton
- 6 Anwendung auf UHPC
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle

**Nun Anwendungen der aufgestellten Festigkeitsbedingungen**  
*= mathematische Formulierung der Bruchkörper-Oberfläche*

# 2D – Testdaten mit Abbildung in der Hauptspannungsebene (*brittle, porous*)



## Principal Plane Cross-section of the Fracture Body (*oblique cut*)

Als sich ähnlich verhaltendes Material

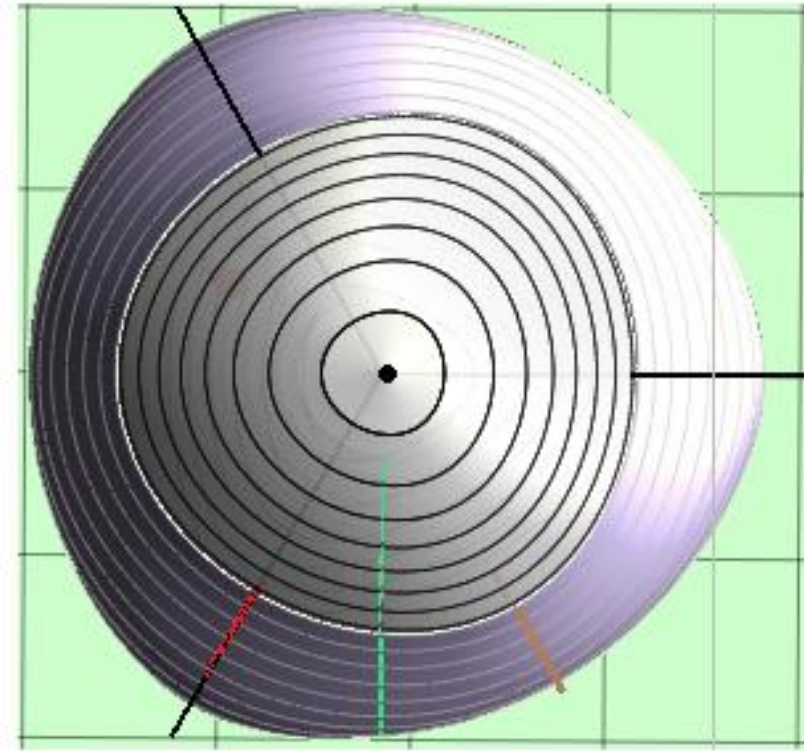
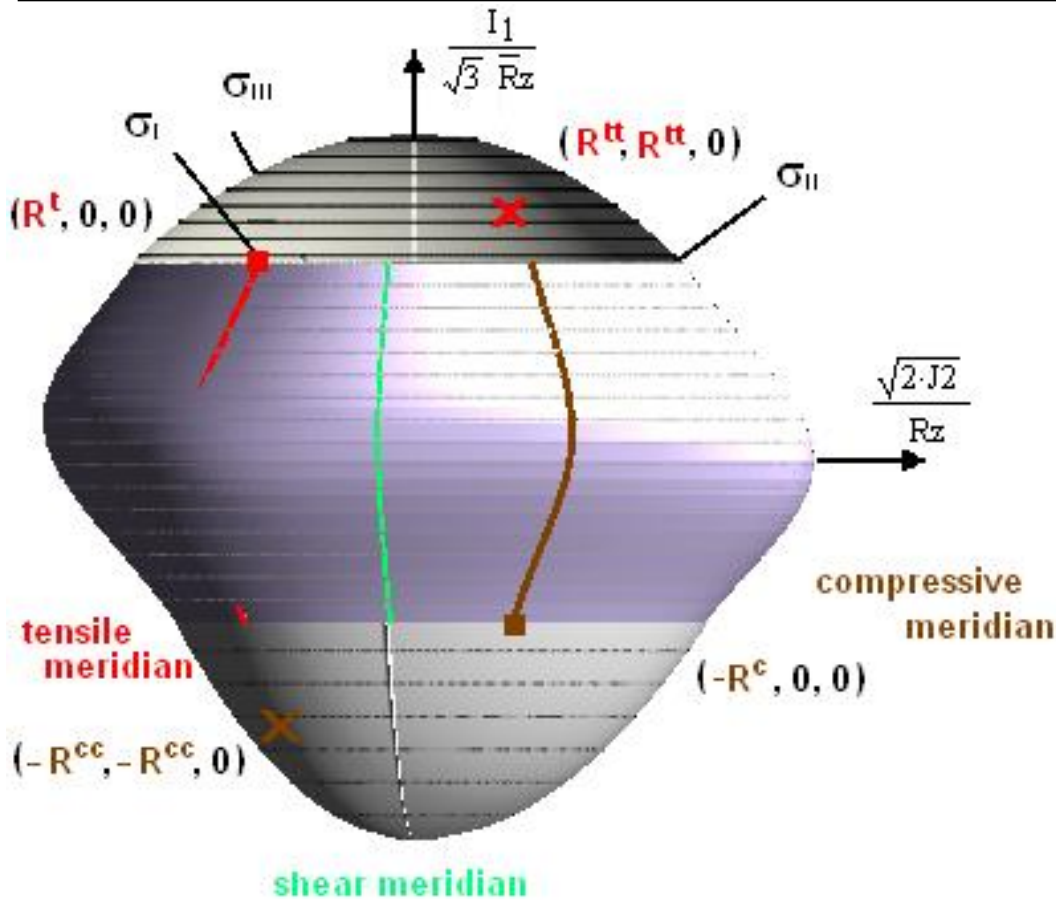
*Rohacell 71 IG*

Testdaten Courtesy:  
LBF-Darmstadt (DKI),  
Dr. Kolupaev

$$v = 0$$

kompresibel

Doppel-Bruchmodus!  
Erfassung durch  $\Theta(J_3)$

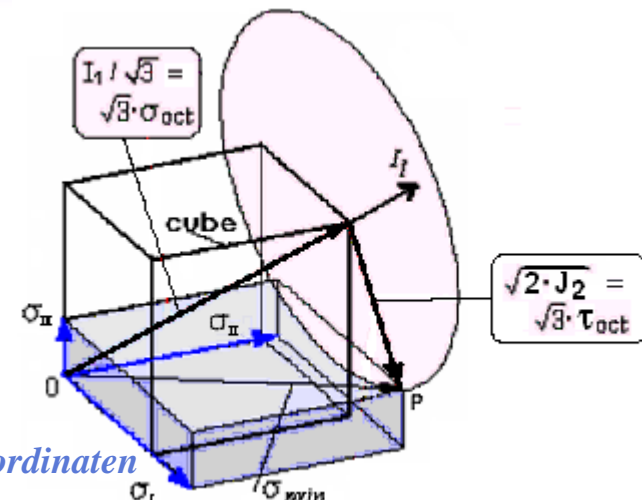


Man kann die 3 Achsen austauschen wegen der 120°-Symmetrie isotroper Körper !

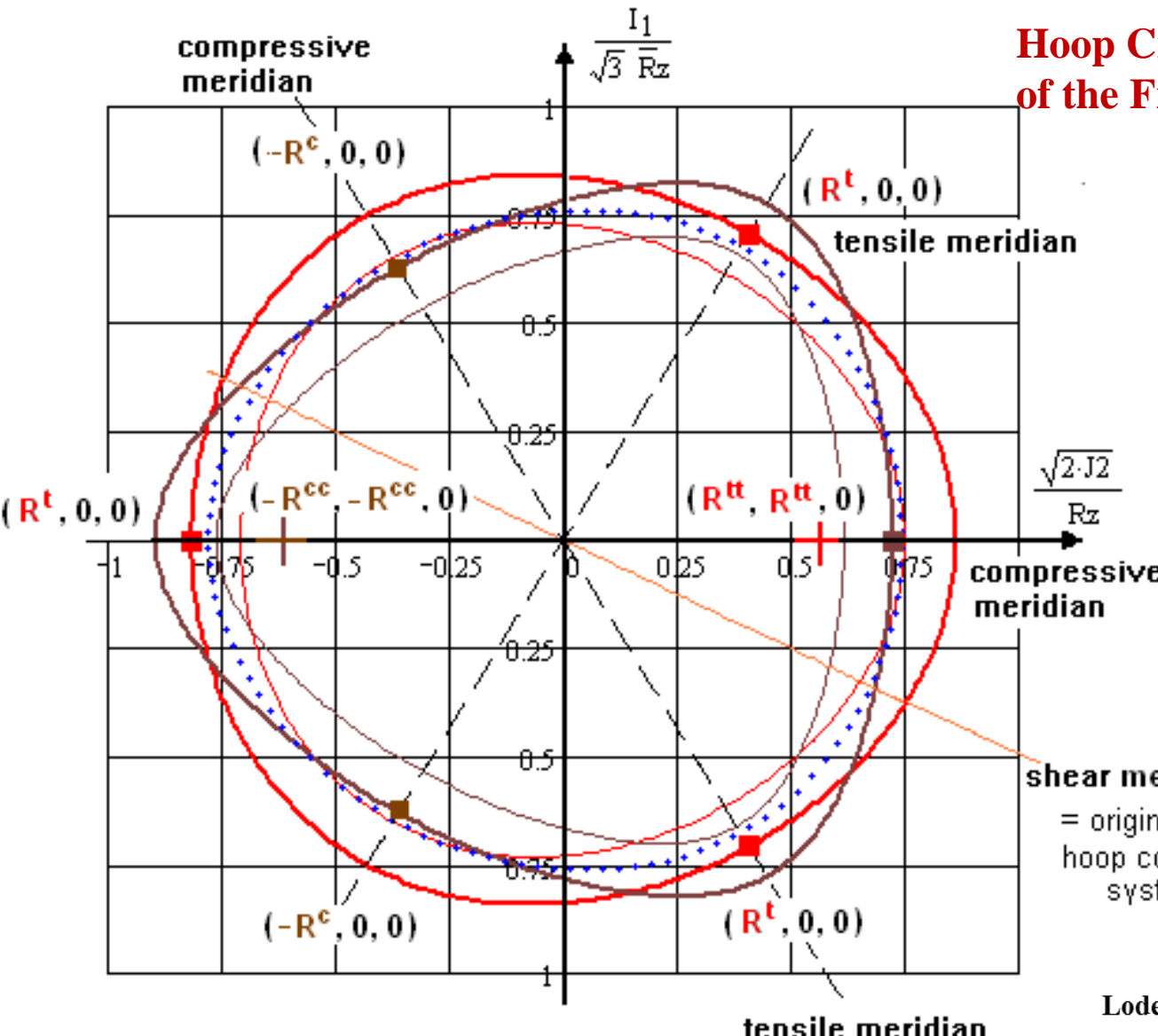
Schubmeridian ist hier COS-Ursprung

$$\Theta = \sqrt[3]{1 + D \cdot \sin(3\theta)}$$

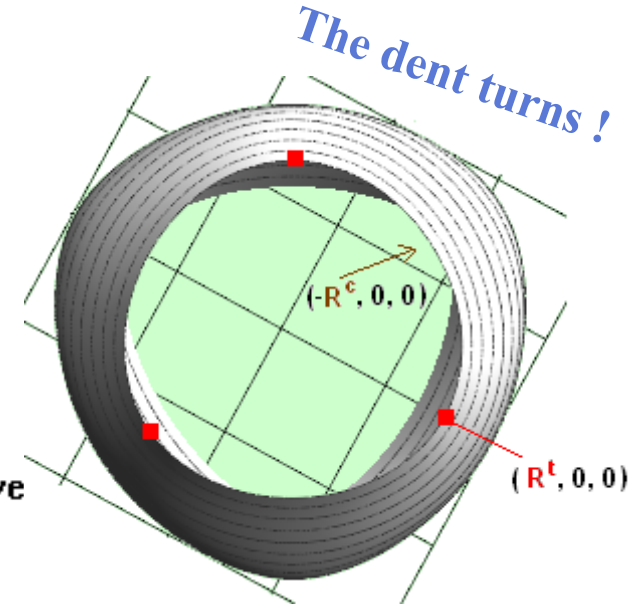
Visualisierung der Lode- (Haigh-Westergaard) Koordinaten



# 2D Testdaten-Abbildung in der Orthogonalen Spannungsebene (spröd, porös)



## Hoop Cross-sections of the Fracture Body



Caps: No test data, cone chosen

*Rohacell 71 IG*

- Lode-angle, here set as  $\sin(3\theta)$  : +
- shear meridian angle =  $0^\circ$
- tensile meridian  $+30^\circ$
- compressive meridian  $-30^\circ$

with characteristic uni-axial and bi-axial strength points + crushing  $I_1 = 0$ , interaction domain: Is about a circle.

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Ytong, Heber) (Foam Rohacell 71 G als Ersatz)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

# Abbildung der 2D-Testdaten in Hauptspannungsebene, Normalbeton

$$\sigma_{II} (\sigma_I)$$

**Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper** (s. a. von Mises-Ellipse)

bi-axialer Zug = 'schwächstes Glied'-Versagen  
 bi-axialer Druck = redundantes Versagen  
 (Stützwirkung)

$(-R_c, 0, 0)$

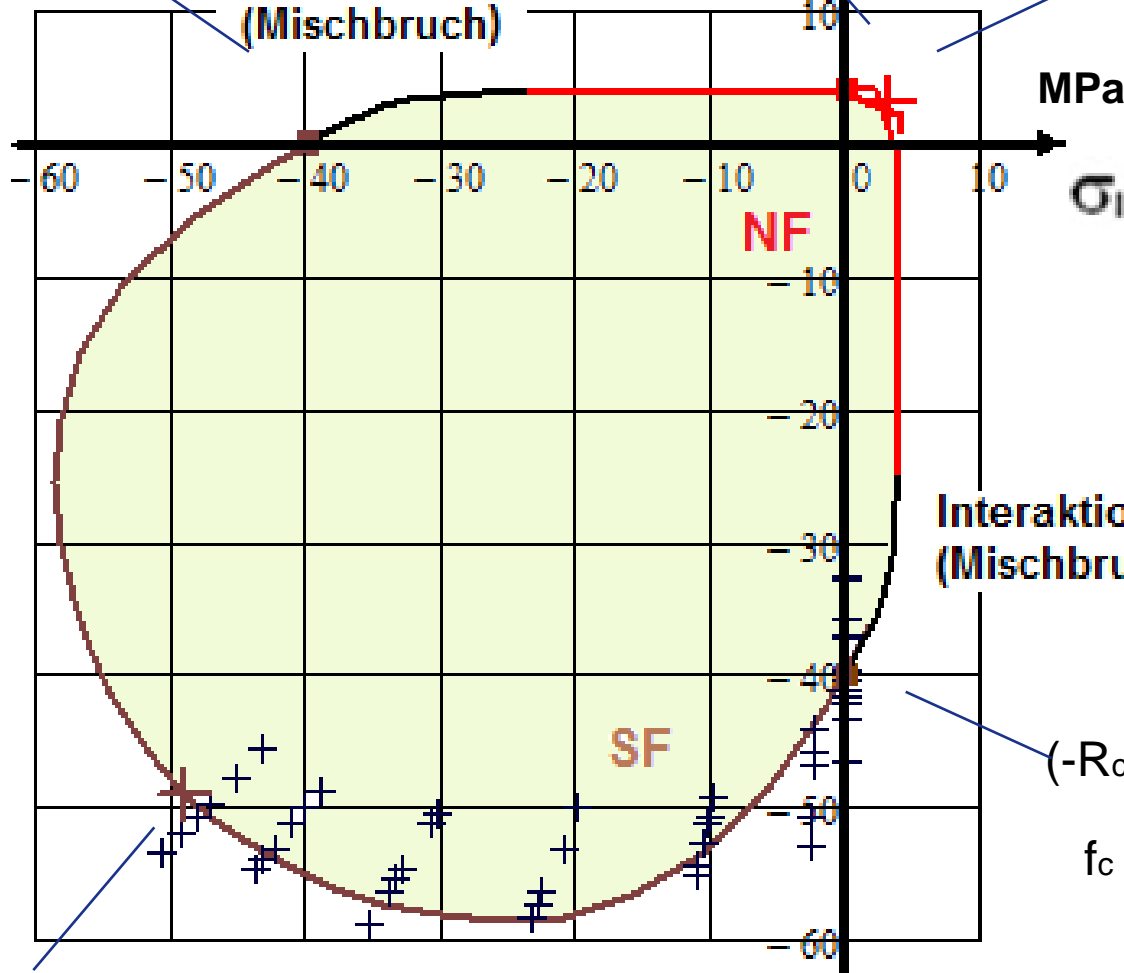
$(R_t, 0, 0)$

Interaktionsbereich  
(Mischbruch)

$\nu = 0.2$

etwas elastisch  
kompressibel

MPa



Testdaten:  
Dr. Scheerer,  
IfM, TU-Dresden

$(-R_{cc}, -R_{cc}, 0)$

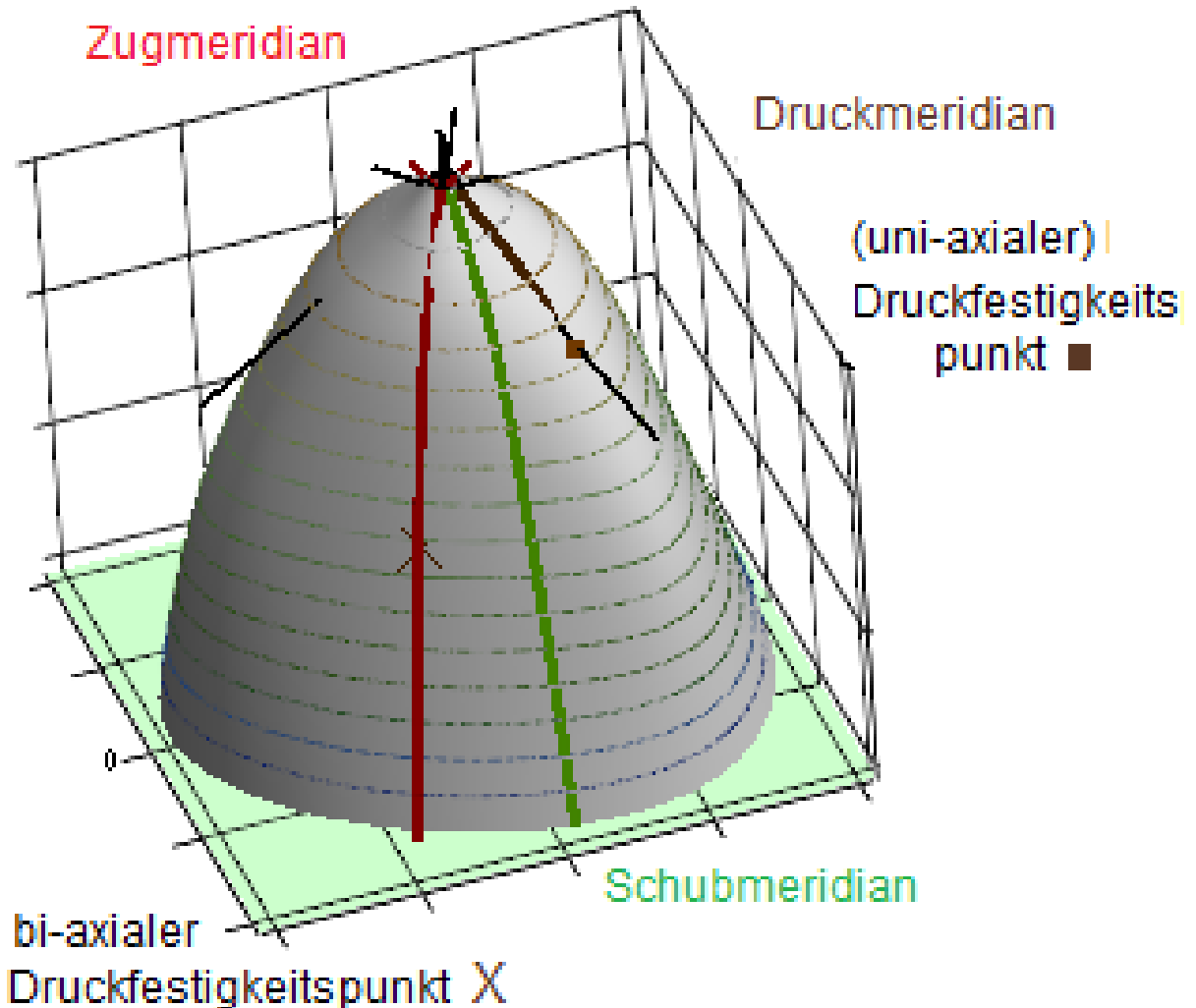
$(-R_c, 0, 0)$

$f_c = R_c,$



# Bruchkörper, Normalbeton

Nur kleine Beulen  
und Dellen hier !



Bi-axialer Druck:  
Neben **Schubbruch**  
Gefahr durch **Normalbruch**  
falls  $\epsilon_{ax} > \epsilon_{zug}$

Die Ein- und Aus-Beulungen werden mit wachsendem  $I_1^c$  kleiner,  
oder anders, der Querschnitt wird kreisförmiger!

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf sehr porösen Beton (Hebersteine) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

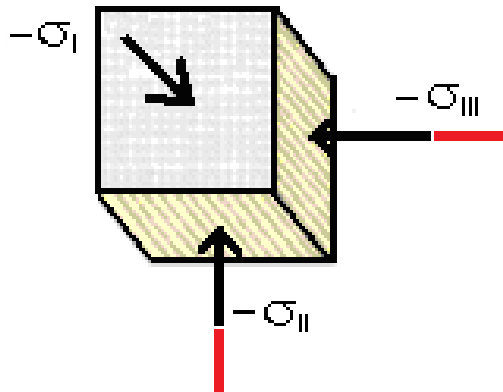
Gelten im hydrostatischen Druckbereich noch die Ansätze, die im 2D-Spannungsbereich erfolgreich einsetzbar sind?

*Neben der Nicht-Koaxialität tritt als weiteres Phänomen eine Volumenveränderung auf. Damit muss neben der durch in I1 berücksichtigten Reibung auch noch I1quadrat in den Gesamtansatz eingefügt werden*

Zugmeridian

$$\sigma_I > \sigma_{II} = \sigma_{III}$$

$$\Delta = |\sigma_I - \sigma_{II}|$$

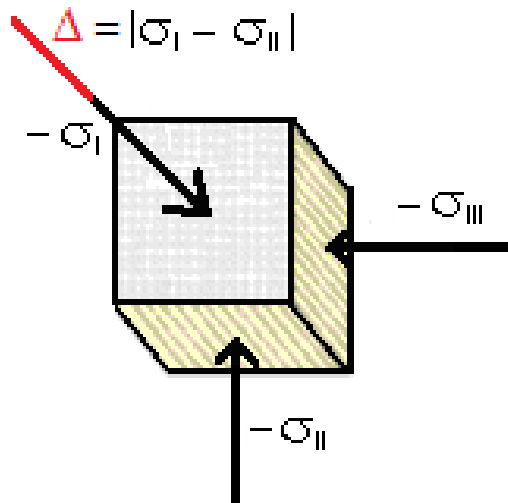


$$p_{hyd_z} = (\sigma_I + \sigma_I + \sigma_I)$$

Druckmeridian

$$\sigma_{II} = \sigma_{III} > \sigma_I$$

$$\Delta = |\sigma_I - \sigma_{II}|$$

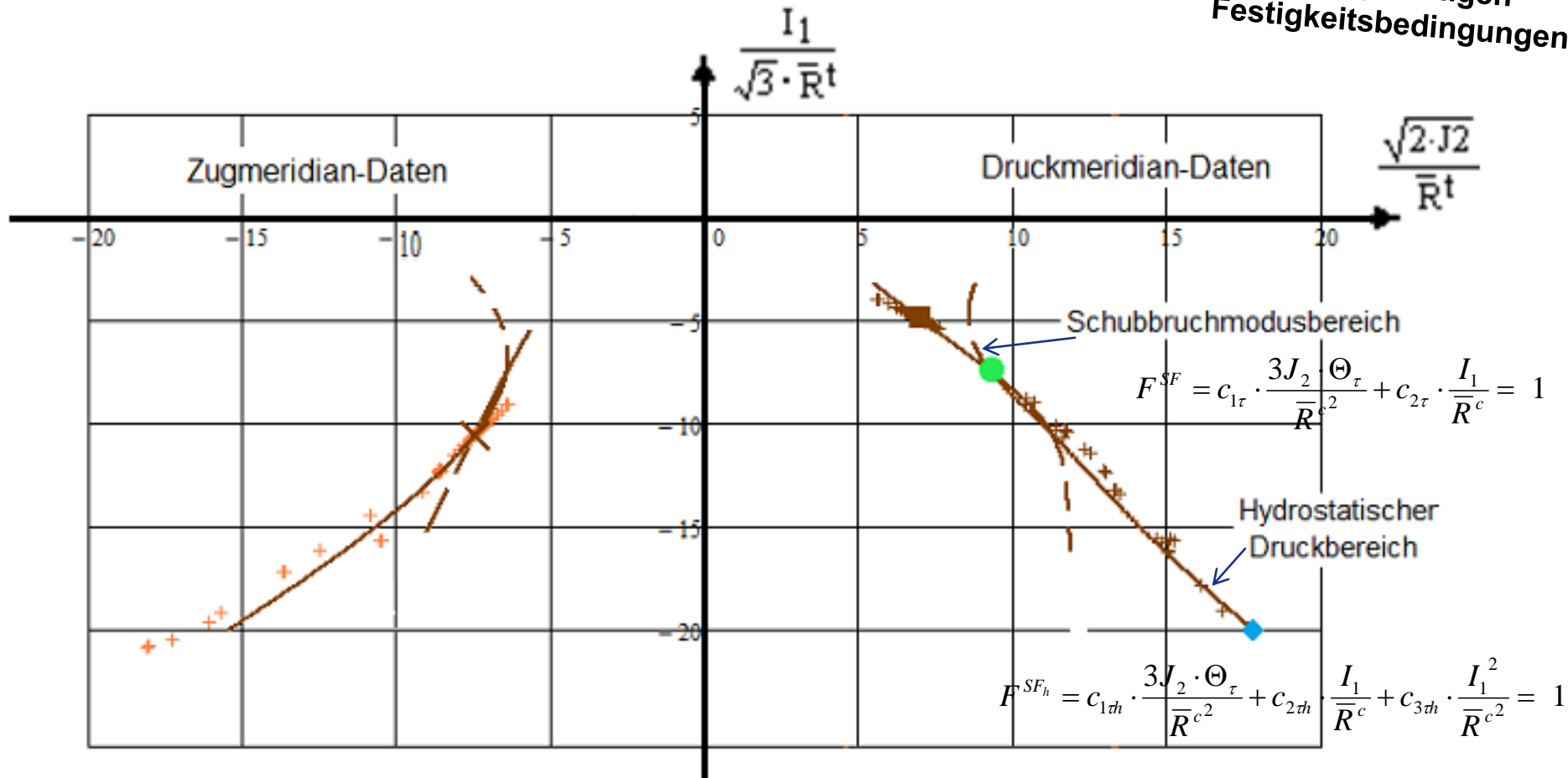


$$p_{hyd_d} = (\sigma_{II} + \sigma_{II} + \sigma_{II})$$

$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}c^2} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{\bar{R}c^2} = 1$$

Spannungsdifferenz  $\Delta$  bewirkt Gestaltänderung,  
hydrostatische Druckspannung  $p_{hyd}$  bewirkt Volumenänderung

# Testdaten auf Zugmeridian + und Druckmeridian + mit Abbildung durch die jeweiligen Festigkeitsbedingungen



## Schubbruchmodus

Stützpunkte für die Ermittlung der Kurvenparameter für  $I_1 < 0$

### Ermittlung von

Druckfestigkeitspunkt  $\blacksquare$  und Punkt  $\bullet$ : Großparameter  $c_{1\tau}$  und Reibungs-Parameter (Formparameter)  $c_{2\tau}$   
 Druckfestigkeitspunkt  $\blacksquare$  und bi-axialer Festigkeitspunkt  $\times$ : Nicht-Koaxialitäts-Parameter  $\Theta_\tau$

## Hydrostatischer Druckmodus

Ermittlung von hydrostatischem Druckeffekt-Parameter  $c_{3\tau}$

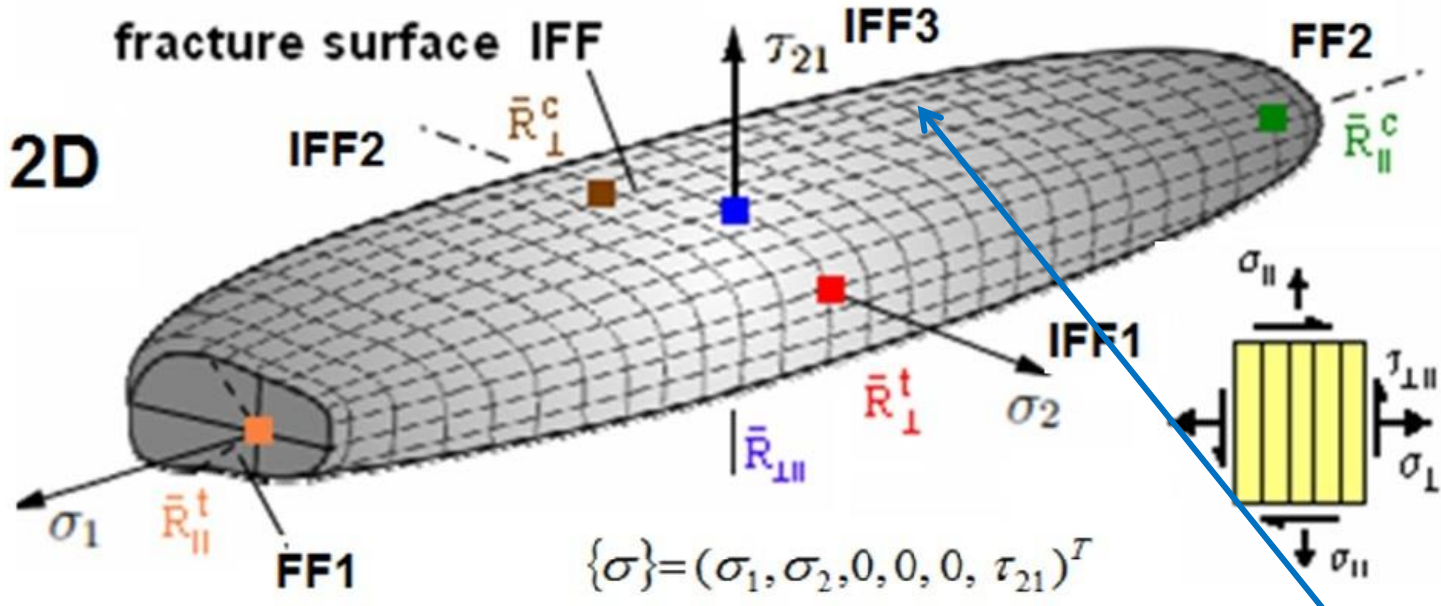
vorläufiger Ansatz in Verwendung der Punkte  $\times$   $\bullet$   $\blacklozenge$

Testdaten:  
 Dr. Speck, IfM, TU-Dresden

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Hebersteine) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

*3D-Bruchmodell :  
für vorgespannte Lamelle im  
Einspannbereich wichtig*

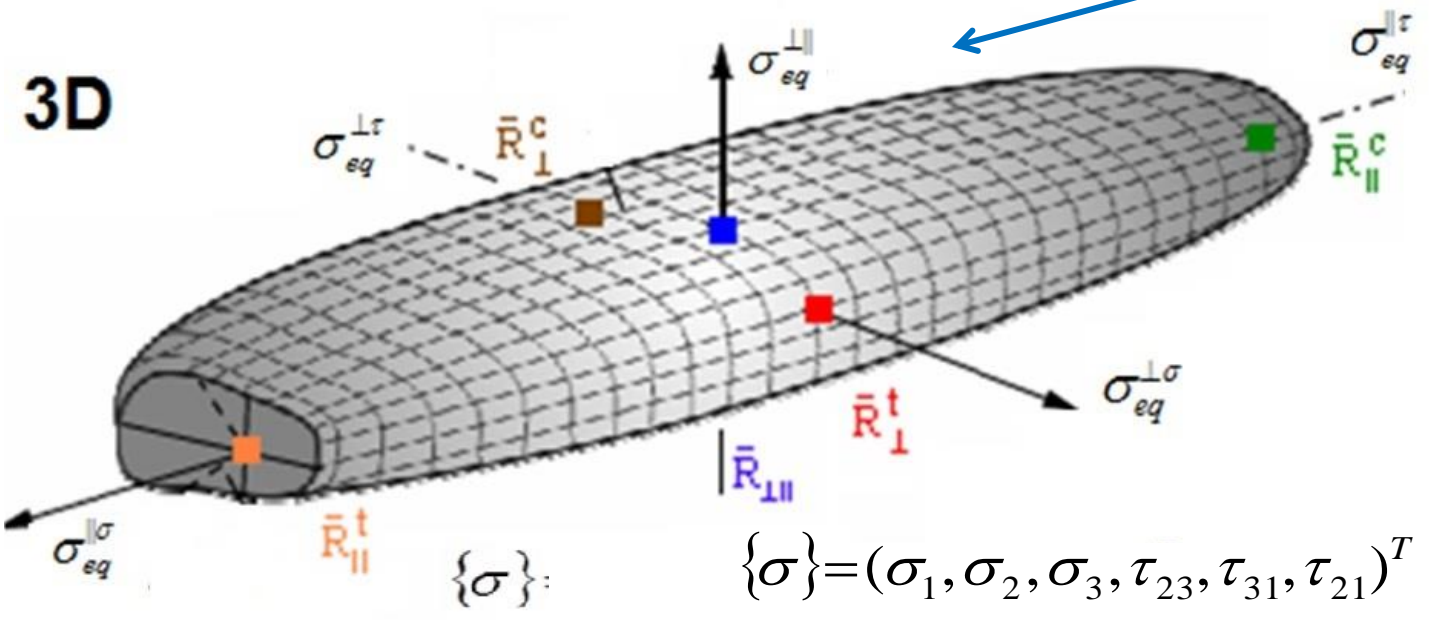
# 2D → 3D Bruchkörper der Lamelle, nach Ersetzen von $\sigma$ durch $\sigma_{eq}^{mode}$



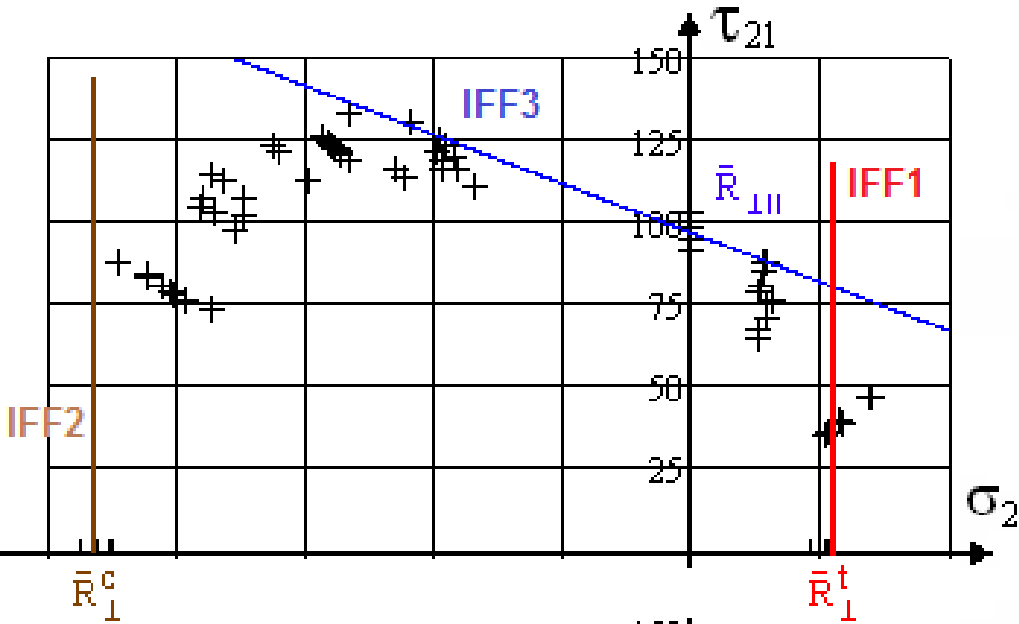
$$v_{\perp\perp} = 0.4,$$

$$v_{\perp\parallel} = 0.3$$

wenig  
kompressibel

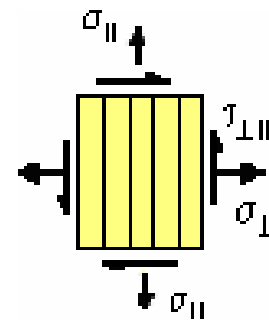


Bruchkörper =  
Oberfläche aller  
Bruchversagens-  
Spannungszustände



Mapping of course of IFF test data in a pure mode domain by the associated Mode Failure Condition.

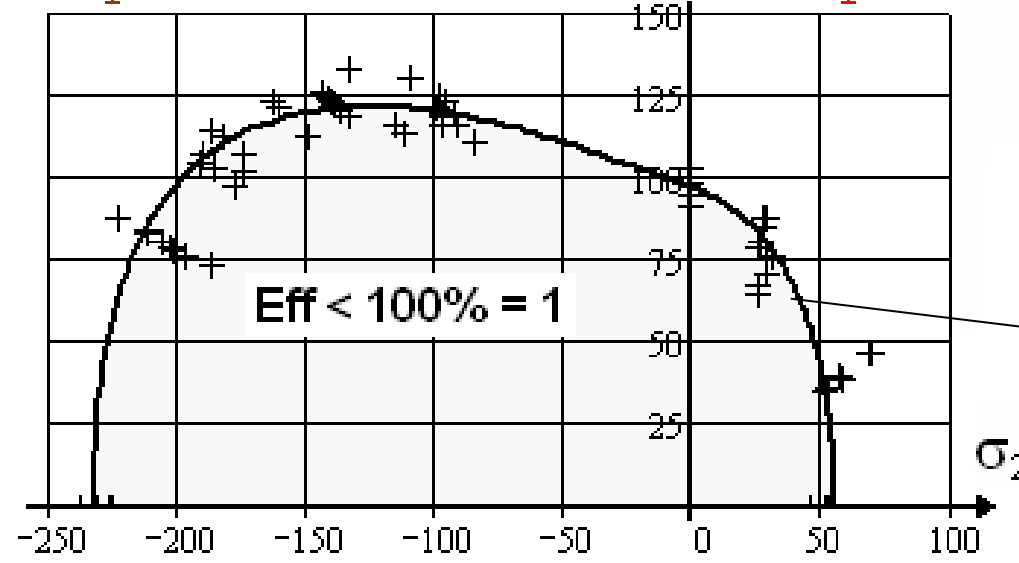
3 IFF pure modes = straight lines !



IFF 1:  $\frac{\sigma_2}{\bar{R}_1^t} = 1$

IFF 2:  $\frac{-\sigma_2}{\bar{R}_1^c} = 1$

IFF 3 (2D simplified):  $\frac{|\tau_{21}|}{\bar{R}_{\perp\parallel} - \mu_{\perp\parallel} \cdot \sigma_2} = 1$



Mapping of course of test data by Interaction Model

$$(Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m = 1$$

$m = 2.5, \mu_{\perp\parallel} = 0.3$  31

# Wozu sind die gezeigten Bruchkörper gut ?

---

- Bei Festigkeitsnachweisen werden mehrachsige Spannungszustände bewertet
- Dazu benötigt werden (Bruch-)Festigkeitsbedingungen, die die Oberfläche des Bruchkörpers beschreiben. Diese Oberfläche definiert sich als *Einhüllende Fläche der Vektorpfeile aller Bruchspannungskombinationen*
- Eine Belastungsreserve liegt vor (Reservefaktor  $RF < 1$ ), wenn der Vektor der vorliegenden Last-Spannungen - *multipliziert mit dem Sicherheitsfaktor für die Auslegung* - kleiner als der zugehörige Bruchspannungsvektor ist.
- In die Bruchbedingungen einzusetzen sind die Festigkeiten  $f (= R)$  und **bei sprödem Verhalten die inneren-Reibung(en)  $\mu$  (neuer Ansatz)**
- Festigkeitsbedingungen können nur das einmalige“ Auftreten eines Versagensmechanismus beschreiben.  
Das Auftreten eines Doppel-Modus verursacht Nicht-Koaxialität.
- Die Abbildung der mehrachsigen Testdaten gelingt für die gezeigten isotropen Betonsorten und auch die transversal-isotrope CFK-Lamelle
- Cuntzes Modales Konzept ermöglicht die Berechnung von Vergleichsspannungen.



**Für die Überlassung der aufwendig zu ermittelnden Testdaten  
meinen besten Dank an**

Dr. Kolupaev (Fraunhofer LBF, Darmstadt) : Schaumdaten  
Dr. Scheerer (IfM, TU-Dresden) : Normalbeton  
Dr. Speck (IfM, TU-Dresden) : UHPC  
Prof. Curbach

*Theory is the Quintessence of all Practical Experience*

*A. Föppl*

**Dazu meine Erfahrung:**

**„Die Erzeugung zuverlässiger 3D-Testdaten ist zumeist noch  
herausfordernder als die Aufstellung einer zugehörigen zuverlässigen,  
auf physikalischen Überlegungen beruhenden Theorie“**

**Dank fürs Zuhören und Zusehen.**

Es wäre schön, falls ich Sie etwas  
bzgl. **Tagungsblock 4 „Motivation für neue Ansätze“**  
für neue Ansätze Ihrerseits begeistern konnte.

*Ihr Ralf Cuntze*