

Bruchkörper in der Textilbetonbemessung für porösen Beton, Normalbeton, UHPC und Lamelle - *Wozu sind diese gut?*

- 1 Einführung
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept (FMC)
- 4 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 5 Anwendung auf Normalbeton
- 6 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)

Ergebnisse aus 20-jähriger '**Non-funded Hobby**' –*Arbeit* eines ehemaligen Ingenieurs der Industrie.

Prof. Dr.-Ing. habil. Ralf Cuntze VDI, verbunden mit CC TUDALIT + Carbon Composites e.V. (CCeV) Augsburg

**Gute Bemessung und Nachweis,
dass eine Festigkeits-Grenze noch nicht erreicht ist
verlangt die Anwendung
validierter Festigkeitsbedingungen.**

Dazu gehören

**Fließbedingungen für nicht-lineare Analyse mit
Fließgrenzennachweis (duktiler Verhalten)**

sowie

Bruchbedingungen für den Bruchnachweis

**= Festigkeitsbedingungen F für Bruchbeginn ,
maßgebend bei sprödem Werkstoffverhalten.**

Zugehörige Bruch-Festigkeitsbedingungen
und deren Visualisierung als Bruchkörper
ist Gegenstand des Vortrags !

Was beschreibt den Bruchkörper? *Isotroper Werkstoff*

Bruchkörper: Menge aller Spannungskombinationen = Beanspruchungszustände, die gerade noch nicht zum Bruch führen.

Bruchkörper-Oberfläche: Fläche, auf der alle Bruch-Spannungskombinationen liegen. Sie wird mathematisch durch eine Festigkeitsbedingung für Bruch beschrieben

$$F(\underline{\sigma}, \underline{f}) \quad (f \text{ ist Festigkeit} = R \text{ Resistance, Widerstand}).$$

Trifft die Vektorspitze des anliegenden Beanspruchungszustands die Oberfläche, so ist einerseits $RF = 1$ und andererseits die Werkstoffanstrengung $Eff = 100\%$ ($= 1$).

Für jeden 'Dimensionierenden Lastfall' mit seinen diversen Versagensmoden ist nachzuweisen, dass an beanspruchungskritischen Stellen des Werkstoffs gilt
Festigkeit $>$ Beanspruchung bzw. $RF > 1$.

Liegt die Spitze des den Spannungszustand beschreibenden Vektors $\underline{\sigma}$, gebildet aus den 3 Hauptspannungen, noch innerhalb des Bruchkörpers, so liegt noch eine Reserve vor und die Belastung kann noch um den sog. Reservefaktor RF gesteigert werden bis schließlich Bruch eintritt.

Hat der Werkstoff Fließvermögen, so wird die sich mit der Belastung vergrößernde Fließoberfläche schließlich durch die Bruchoberfläche begrenzt !

Auch für einen so 'alten' Werkstoff wie Beton
gibt es noch Einiges zu tun,
schon aufgrund der unterschiedlichen isotropen Arten wie:

sehr poröser Hebel-Baustein (Ytong), Normalbeton, UHPC;

dazu kommen zur Stahlbetonertüchtigung CFK-Lamellen.

**Vortrag betrifft Bruch-Festigkeitsbedingungen für obige,
sich spröd verhaltende Werkstoffe im Bauwesen.**

Es wird somit der **Grenzzustand der Tragfähigkeit** angesprochen.

➤ WOZU GUT ?

Das Wissen um die Bruchkörper-Oberfläche ist für das
mehrachsiges **Festigkeitsverständnis** sehr hilfreich.
Dazu benötigt man Festigkeitsmodelle für Bruch.

Rißbreitenbeschränkung ist zu beachten, Gebrauchstauglichkeit.

Es gibt viele Bruchmodelle im Maschinenbau und im Bauwesen.

- Doch welches soll man im isotropen oder transversal-isotr. Fall nehmen?
- Gibt es Nachteile bei den bekannten 'isotropen' Werkstoff-Modellen
Tresca, Drucker-Prager, oder den Betonmatrix-Modellen wie Ottosen,
Willem-Warnke ?
- * Wie bewertet man im Bauwesen anisotrope CFK-Lamellen (sheets besser
tapes), wenn diese auch quer zur Faserrichtung beansprucht werden?



*Is there any Strength Failure Condition
one may apply with fidelity for fracture?*

Entsprechend meinen Initialen

RC = Reinforced Concrete

fühlte ich mich ‚verpflichtet‘, wenigstens etwas zur Verbesserung
der mehrachsigen Festigkeits-Situation
der un-verstärkten Betonmatrix beizutragen!

Diese Verpflichtung galt für mich zusätzlich für
den Hebel-Betonstein (Ytong) und
die CFK-Lamelle (carbonfaser-verstärkte Polymermatrix),

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen ?**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen 'Beton' (Hebelstein) (Ersatz: Schaum Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

Was war meine Haupt-Motivation für die Untersuchungen?

Die erlebte Erfahrung:

Man soll nicht auf den Werkstoff schauen sondern auf das Werkstoff-Verhalten.

Damit ist es möglich, die mathematische Beschreibung der Form eines Bruchkörper-Modells von einem sich ähnlich verhaltenden, bereits *mehr-axial* test-erprobten Werkstoffes zu übernehmen.

Beispiel hier : voll poröser Hebel-Baustein (Ytong) ähnlich porösem Schaum.

Ist das Bruchmodell bekannt, so wird die Größe des Bruchkörpers des sich ähnlich verhaltenden Werkstoffs - für den Tragfähigkeitsnachweis – nur noch mit dessen *ein-axialen* Festigkeiten festgelegt.

.. .. da war noch eine weitere Motivation ?

Drucker-Prager, Ottosen, Willam-Warnke, Tsai u.a.

Globale verheiraten mathematisch alle Bruchmoden im Ansatz.

Nachteil: falls ein Festigkeitswert zu ändern ist, dann trifft es den ganzen Bruchkörper, wobei Teile des Bruchkörpers un-konservativ werden können, falls man den Verlauf aller Testdaten nicht wieder neu abbildet.

$$R = f$$

1 Globale Festigkeitsbedingung : $F(\{\sigma\}, \{R\}) = 1$ (übliche Formulierung)

Satz von Modalen Festigkeitsbed. : $F(\{\sigma\}, R^{mode}) = 1$ (hier gewählt)

Mises, Cuntze

Isotrop: $\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy})^T = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})^T$

UD: $\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{21})^T$

Interaktion notwendig

Modale Festigkeitsbedingungen betrachten alle Modi getrennt:

Nachteil (klein): bedingt dann natürlich eine Interaktion aller Modi

Vorteile : Festigkeitswert-Änderung betrifft nur einen Modus
+ Vergleichsspannungen σ_{eq} berechenbar !

... und dann noch eine Motivation: Erhalt einer Vergleichsspannung σ_{eq} !

(1) Der Vergleichsspannungswert σ_{eq} beinhaltet die gemeinsame Wirkung =
Werkstoffanstrengung eines mehrachsigen Spannungszustands,
der bei einem bestimmten Versagensmodus aktiv ist

äquivalent = gleichwertig dem Spannungszustand wie in

* *Mises Vergleichsspannung: Modus Schubspannungsfließen*

* *Maximale Vergleichsspannung: spröd, Modus Normalbruch*

(2) Der einachsige Vergleichsspannungswert σ_{eq}

= vergleichbar mit Festigkeitswert R

des aktivierten Modus .

Hilfreich für den Ingenieur ist die Bereitstellung von *Vergleichsspannungen* mit Nutzung der **Werkstoffanstrengung *Eff***

moduszugehöriger Mittelwert der Festigkeit
***f* ≡ *R* (resistance) zu nehmen fürs 'mapping'**

$$Eff^{mode} = \sigma_{eq}^{mode} / \bar{R}^{mode}$$

$$Eff^{fracture\ mode} = \sigma_{eq}^{fracture\ mode} / R_m$$

$$Eff^{Mises} = \sigma_{eq}^{Mises} / R_{po.2}$$

$$Eff = \sqrt[m]{(Eff^{mode\ 1})^m + (Eff^{mode\ 2})^m + \dots}$$

Bei modalen Festigkeitsbedingungen
immer - klar definierbar - möglich !

Interaktion der (Bruch-)Versagensmodi (Modell: Serienversagens-System)

= 'Akkumulation' der modalen Anstrengungen = Summe der Bruchgefahranteile

* *material stressing effort Eff = artificial technical term created together with QinetiQ, UK, during the Wotrld-Wide-Failure-Exercises*

Material Homogenizing (smearing) helpful when Modelling

Material symmetry shows: from the respective tensors

Number of strengths \equiv number of elasticity properties !

Application of material symmetry knowledge:

*Presumed, that homogeneity is a valid assessment for the task-determined model ,
a minimum number of properties must be measured, only (cost + time benefits) !*

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept (Failure-Mode-Concept)**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Hebelstein) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

Ziele und Ausführung

1. Aufstellung einer geschlossenen Ansatzfunktion für die Bruchkörper-Oberfläche beschreibende Festigkeitsbedingung $F = 1$
2. Kein „Fitten“ der Testdaten auf Zugmeridian und Druckmeridian. *Die Meridian-Kurven ergeben sich aus der geschlossenen Ansatzfunktion*
3. Signifikante Modellparameter seien klassisch messbare Größen. Diese sind Festigkeiten $f (= R)$ und bei sprödem Verhalten Reibung(en) μ
4. Aufstellung von Bruch-Festigkeitsbedingungen unter Verwendung von Invarianten (analog zu v. Mises), die einem physikalischen Mechanismus des Werkstoffelementes zuordenbar sind. Für Isotropie:

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma) , \quad 6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$
$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

Invariante: *Kombination von Spannungen – potenziert oder nicht-potenziert – dessen Wert sich bei Änderung des Koordinatensystems nicht ändert.
 σ sind die Hauptspannungen*

Material Symmetry Requirements Aspects *(helpful, when generating SFCs)*

- 1 If a material element can be homogenized to an ideal (= frictionless) crystal, then, **material symmetry** demands for the transversely-isotropic UD-material
 - 5 elastic 'constants' E, ν ; 5 strengths R ; 5 fracture toughnesses K_c and
 - 2 physical parameters (such as CTE, CME, material friction value μ etc.)
(for isotropic materials the respective numbers are 2 and 1)
- 2 **Mohr-Coulomb** requires for the real crystal another inherent parameter,
 - the physical parameter '**material friction**': UD $\mu_{\perp\parallel}, \mu_{\perp\perp}$, isotropic μ
- 3 **Fracture morphology** witnesses:
 - Each strength corresponds to a distinct *failure mode*
and to a *fracture type* as Normal Fracture (NF) or Shear Fracture (SF).



Above Facts and Knowledge gave reason

why the FMC strictly employs single independent failure modes
by its failure mode-wise concept.

Physikalisch basierte Invariantenwahl bei der Aufstellung von Festigkeitsbedingungen auf Invariantenbasis (isotrop, 120°-Symmetrie)

* **Beltrami** : “Bei ‘Fließbeginn’ besitzt der Werkstoff eine bestimmte *Verzerrungsenergie*, die sich zusammensetzt aus
= *Volumenänderungsenergie* (I_1^2) und *Gestaltänderungsenergie* ($J_2 \equiv v. Mises$)

* Mit **Beltrami**, **Mises** (HMH), und **Mohr / Coulomb (Reibung)** gilt:

Invariantenterme in der Versagensfunktion F können einem bestimmten physikalischen Mechanismus im Werkstoffelement zugeordnet werden :

- **Volumenänderung** : I_1^2 ... (*dilatational energy*) **relevant für Hebelstein, UHPC**
- **Gestaltänderung** : J_2 (v. Mises) . (*distortional energy*) **relevant, falls Gestalt sich ändert**
- und - **Reibung** : I_1 ... (*friction energy*) **relevant falls, sprödes Verhalten**

Dazu kommt für die Erfassung “Nicht-Koaxialität des Bruchkörpers“:

- J_3 ... als **mathematisch elegante Ansatzfunktion, um die Dellen oder Auswölbungen des Bruchkörpers einfach beschreiben zu können.**

Wie baut man nach Cuntzes „Failure-Mode-Concept“ Festigkeitsbedingungen auf ?

Cuntzes 3D-Ansatz im Druckbereich $I_1 < 0$ für Normalbeton und UHPC

Allgemeiner Ansatz für Versagensfunktion

komplett für isotrope Betonmatrix:

$$F = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^{c_2}} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{R^c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{\bar{R}^{c_2}} = 1$$

Gestaltänderung
Reibung μ
Volumenänderung

koaxialer 'Mises'-Zylinder
 $c_{2\tau} = f(\mu)$

Hier auf Druckfestigkeit normiert !

$\nu \approx 0.2$

Poisson-Zahl > 0.2, Check: NB-Gefahr

$\nu \cong 0$

Porosität, Bröselbruch
Bruchkörper = Kugel

Nicht-Koaxialitätsparameter

(120°-Symmetrie isotroper Werkstoffe, 3 gleichwertige Hauptspannungsrichtungen)

$$\Theta_\tau = \sqrt[3]{1 + D_\tau \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_\tau \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma),$$

$$6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$

$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

Bruchwinkel θ_{fp} liefert: duktil 45° ($\mu = 0$, Gleitebenen), spröd 45° < 50° ($\mu = 0.174$, Bruchebene), 55° ($\mu = 0.309$).

Empfohlen : $0.1 < \mu < 0.2$ (der kleinere Wert ist auf der konservativen Seite)

Cuntzes 3D Festigkeitsbedingungen für isotrope poröse Werkstoffe

$$F^{NF} = \frac{\sqrt{4J_2 - I_1^2/3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t} = 1$$

$$F^{CrF} = \frac{\sqrt{4J_2 - I_1^2/3} - I_1}{2 \cdot \bar{R}_c} = 1$$

(Betonstein,
Ytong,
Schaum)

Berücksichtigung bi-axialer Festigkeit (Versagensmodus zweifach): in Effs

$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2/3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t} = \sigma_{eq}^{NF} / \bar{R}_t$$

$$Eff^{CrF} = c_{CrF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{CrF}) - I_1^2/3} - I_1}{2 \cdot \bar{R}_c}$$

Zweifache Versagenswahrscheinlichkeit mit der Invariante J_3 erfassbar,

D_{NF} und D_{CrF} sind die **Nicht-Koaxialitätsparameter** für die beiden Bruchmoden:

$$\Theta_{NF} = \sqrt[3]{1 + D_{NF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_{NF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}} \quad \Theta_{CrF} = \sqrt[3]{1 + D_{CrF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + D_{CrF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

Interaktion der Versagensmoden:

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{CrF})^m]^{m^{-1}}$$

Abschluß der Versagensoberfläche durch Paraboloid-Kappen oben und unten:

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{cap} \cdot \left(\frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{NF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\max I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

auf die R_t -normierten
Lodekoordinaten bezogen

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{bot} \cdot \left(\frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{CrF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\min I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

Zur Bestimmung der Steigungsparameter s müssen die hydrostatischen Werte bekannt sein: $\max I_1$ kann nur abgeschätzt werden, $\min I_1$ könnte gemessen werden.

Keine Reibung, $\mu!$ 18

$Eff = \text{material stressing effort} = \text{Werkstoff-Anstrengung}$ ($< 1 = 100\%$)

Normierung auf Zugfestigkeit

Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingungen für Normalbeton und UHPC

Normal-
Beton ::

$$F^{NF} = c_{NF} \frac{\sqrt{4J_2 \cdot \Theta_{NF} - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}^t} = 1$$

$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^c} + c_{1\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} = 1$$

$$c_{NF} = \dots \quad c_{1\tau} \cdot \Theta_{\tau_d} = 1 + c_{1\tau}, \quad c_{2\tau} = \frac{1+3 \cdot \mu}{1-3 \cdot \mu}, \quad \mu = Cd, \quad Cd = \cos(2 \cdot \theta_{fpc} \cdot \pi / 180)$$

Bruchwinkel θ_{fpc} liefert: 45° ($\mu=0$), 50° ($\mu=0.174$), 55° ($\mu=0.309$).

Empfohlen: $0.1 < \mu < 0.2$ (der kleinere Wert ist auf der konservativen Seite)

UHPC:

$$F^{NF} = c_{NF} \frac{\sqrt{4J_2 \cdot \Theta_{NF} - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}^t} = 1$$

Reibung, μ !

$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^c} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{\bar{R}^c} = 1$$

Berücksichtigung der
Volumenveränderung unter
hydrostatischem Druck und

“Eine physikalisch-basierte Festigkeitsbedingung beschreibt in der Regel einen auftretenden Versagensmechanismus oder Modus nur einmal, also nicht $\sigma = \sigma II$!

Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingung) for UD-Werkstoffe (Lamelle)

(top-ranked in the World-Wide-Failure-Exercises-I and.-II)

FF1 $Eff^{\parallel\sigma} = \check{\sigma}_1 / \bar{R}_{\parallel}^t = \sigma_{eq}^{\parallel\sigma} / \bar{R}_{\parallel}^t$, $\check{\sigma}_1^* \cong \varepsilon_1^t \cdot E_{\parallel}$ filament strains from FEA

FF2 $Eff^{\parallel\tau} = -\check{\sigma}_1 / \bar{R}_{\parallel}^c = +\sigma_{eq}^{\parallel\tau} / \bar{R}_{\parallel}^c$, $\check{\sigma}_1 \cong \varepsilon_1^c \cdot E_{\parallel}$ **2 filament modes**

IFF1 $Eff^{\perp\sigma} = [(\sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / 2\bar{R}_{\perp}^t = \sigma_{eq}^{\perp\sigma} / \bar{R}_{\perp}^t$ **3 'matrix' modes**

IFF2 $Eff^{\perp\tau} = [(\frac{\mu_{\perp\perp}}{1-\mu_{\perp\perp}}) \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{1-\mu_{\perp\perp}} \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / \bar{R}_{\perp}^c = +\sigma_{eq}^{\perp\tau} / \bar{R}_{\perp}^c$ **3 'matrix' modes**

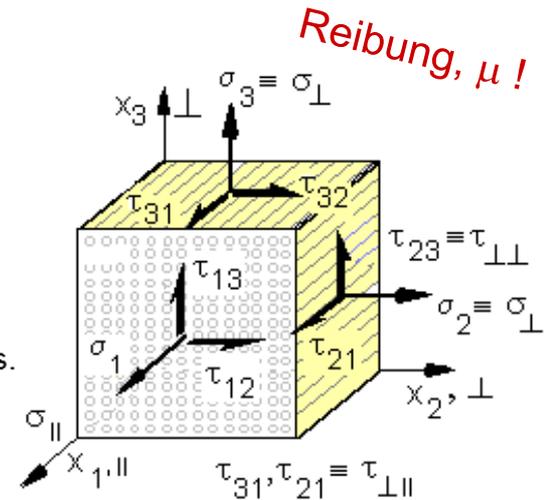
IFF3 $Eff^{\perp\parallel} = \{ [2\mu_{\perp\parallel} \cdot I_{23-5} + (\sqrt{(2\mu_{\perp\parallel})^2 \cdot I_{23-5}^2 + 4 \cdot \bar{R}_{\perp\parallel}^2 \cdot (\tau_{31}^2 + \tau_{21}^2)^2})] / (2 \cdot \bar{R}_{\perp\parallel}^3) \}^{0.5} = \sigma_{eq}^{\perp\parallel} / \bar{R}_{\perp\parallel}$
 with $I_{23-5} = 2\sigma_2 \cdot \tau_{21}^2 + 2\sigma_3 \cdot \tau_{31}^2 + 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{21}$ [Cun04, Cun11]

Modes-Interaction $Eff^m = (Eff^{\parallel\tau})^m + (Eff^{\parallel\sigma})^m + (Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m$

with influence IFF on FF : $= 1 = 100\%$ is 'onset of failure'

with mode-interaction exponent $2.5 < m < 3$ from mapping test data

Typical friction value data range: $0.05 < \mu_{\perp\parallel} < 0.3$, $0.05 < \mu_{\perp\perp} < 0.2$



Eff : material stressing effort (Werkstoffanstrengung), R : UD strength, σ_{eq} : equivalent stress.
 Eff : artificial word, fixed with QinetiQ in 2011, to have an equivalent English term.
 Poisson effect considered*: bi-axial compression strains a filament without any σ_1
 t: tensile, c: compression, \parallel : parallel to fibre, \perp : transversal to fibre

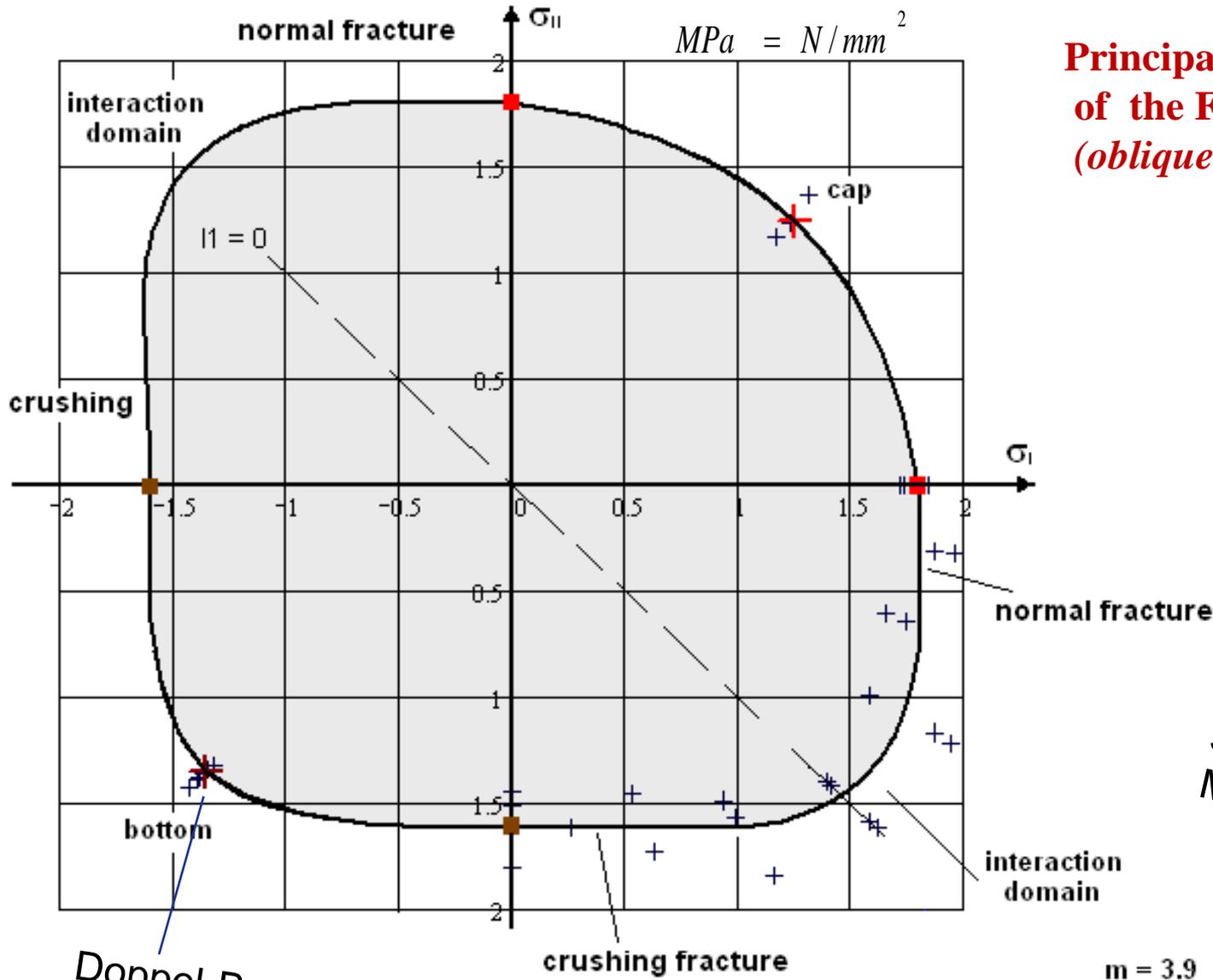
- 1 Einführung
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept
- 4 **Anwendung auf sehr porösen 'Beton' (Hebelstein)** (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)
- 5 Anwendung auf Normalbeton
- 6 Anwendung auf UHPC
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle

Nun Anwendungen der aufgestellten Festigkeitsbedingungen
= mathematische Formulierung der Bruchkörper-Oberfläche

Die erlebte Erfahrung nun leben:

**Man soll nicht auf den Werkstoff schauen sondern auf
das Werkstoff-Verhalten . Schaum  poröser Beton**

2D – Testdaten mit Abbildung in der Hauptspannungsebene (*brittle, porous*)



Principal Plane Cross-section of the Fracture Body (*oblique cut*)

Rohacell 71 IG

Testdaten Courtesy:
LBF-Darmstadt (DKI),
Dr. Kolupaev

... als sich ähnlich verhaltendes Material

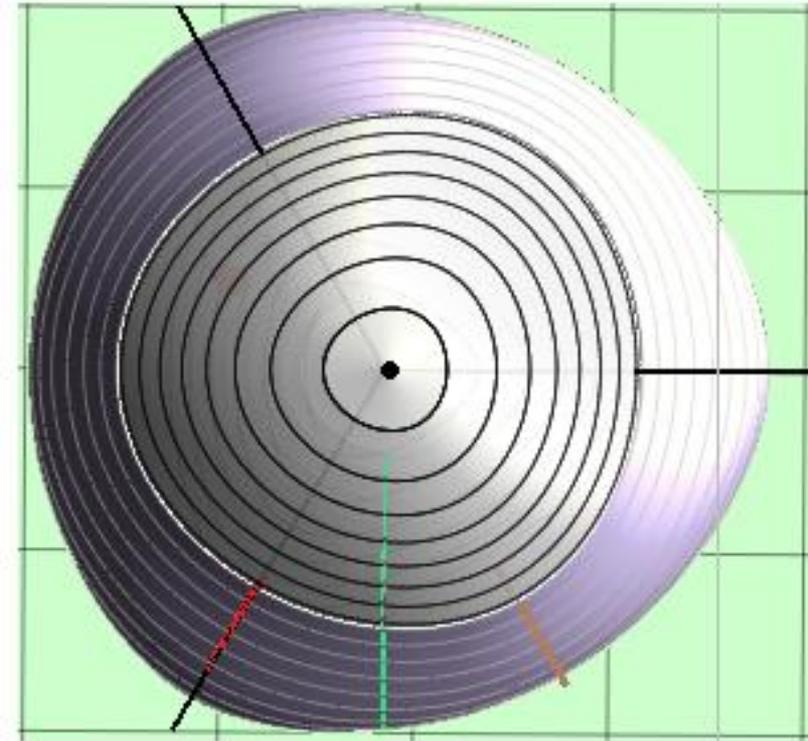
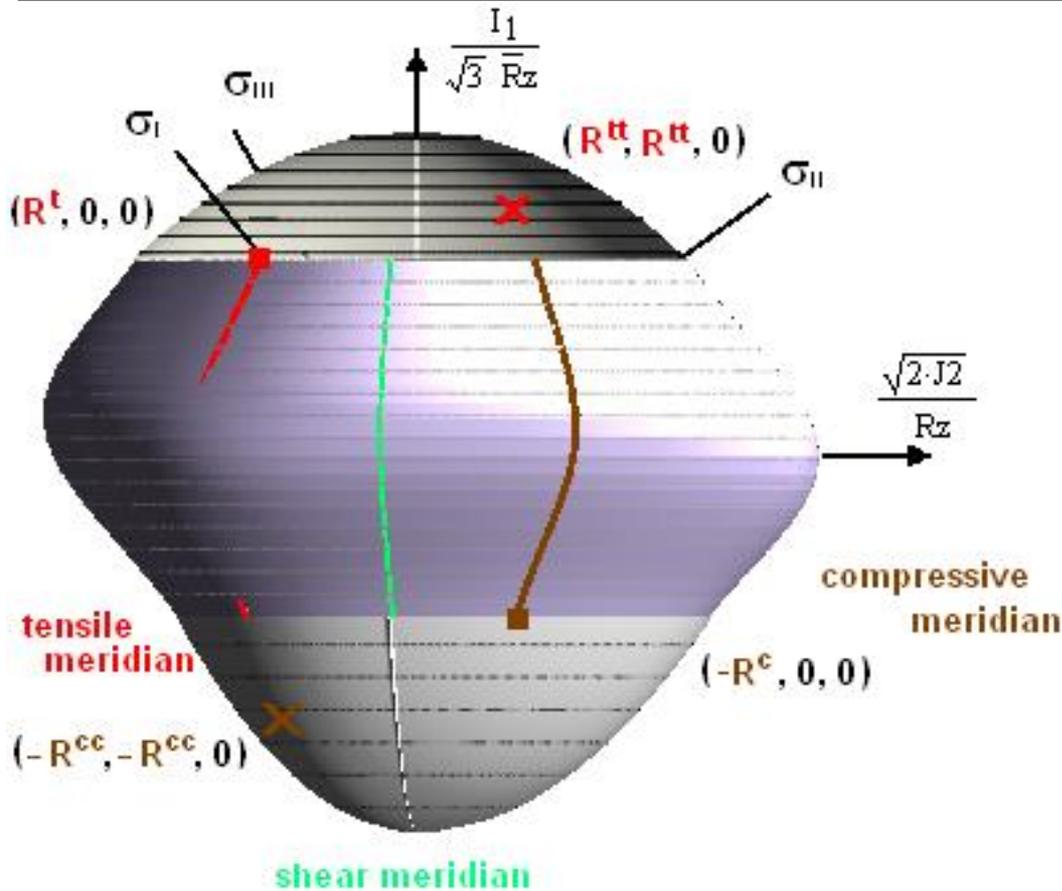
No elliptical cross-section as with the Mises cylinder !

$m = 3.9$

$\nu = 0$

Doppel-Bruchmodus !
Erfassung durch $\Theta(J_3)$

Bruchkörper *Rohacell 71* versagensverwandt zum porösen Beton



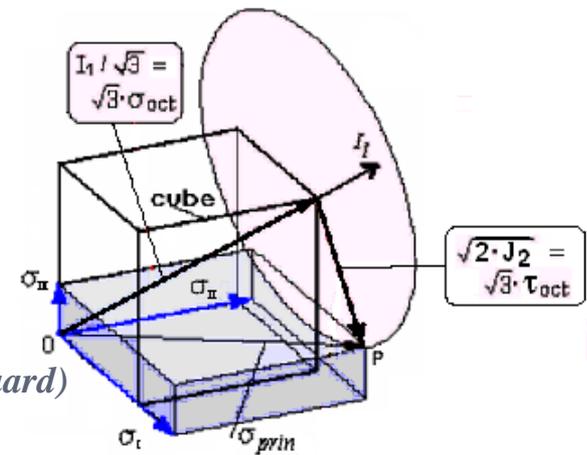
Dellen bei $I_1 > 0$ und $I_1 < 0$!

Man kann die 3 Achsen austauschen wegen der 120°-Symmetrie isotroper Körper !

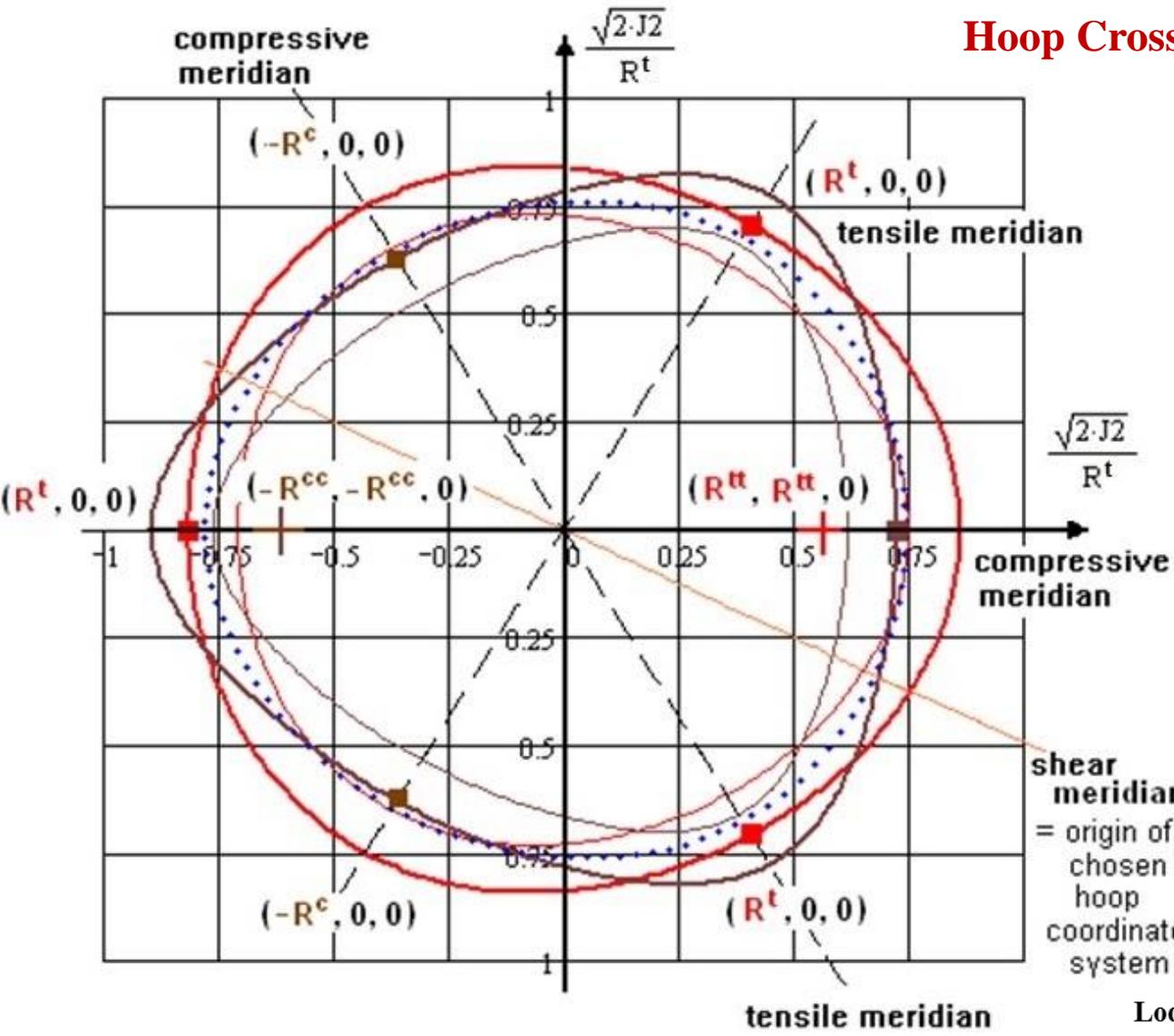
Schubmeridian ist hier COS-Ursprung

$$\Theta = \sqrt[3]{1 + D \cdot \sin(3\theta)}$$

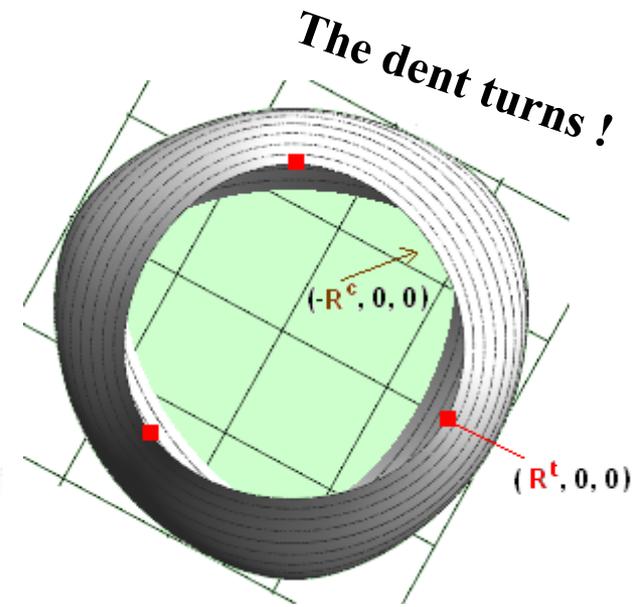
Visualisierung der Lode- (Haigh-Westergaard) Koordinaten



2D Test Data and Mapping in the Orthogonal Stress Plane (brittle, porous)



Hoop Cross-sections of the Fracture Body



Caps: No test data, cone chosen

Rohacell 71 IG

- Lode-angle, here set as $\sin(3\theta)$: +
- shear meridian angle = 0°
- tensile meridian $+30^\circ$
- compressive meridian -30°

with characteristic uni-axial and bi-axial strength points +
 crushing $I_1 = 0$, interaction domain: Is about a circle.

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Ytong, Hebel) (Foam Rohacell 71 G als Ersatz)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

Abbildung der 2D-Testdaten in Hauptspannungsebene, Normalbeton

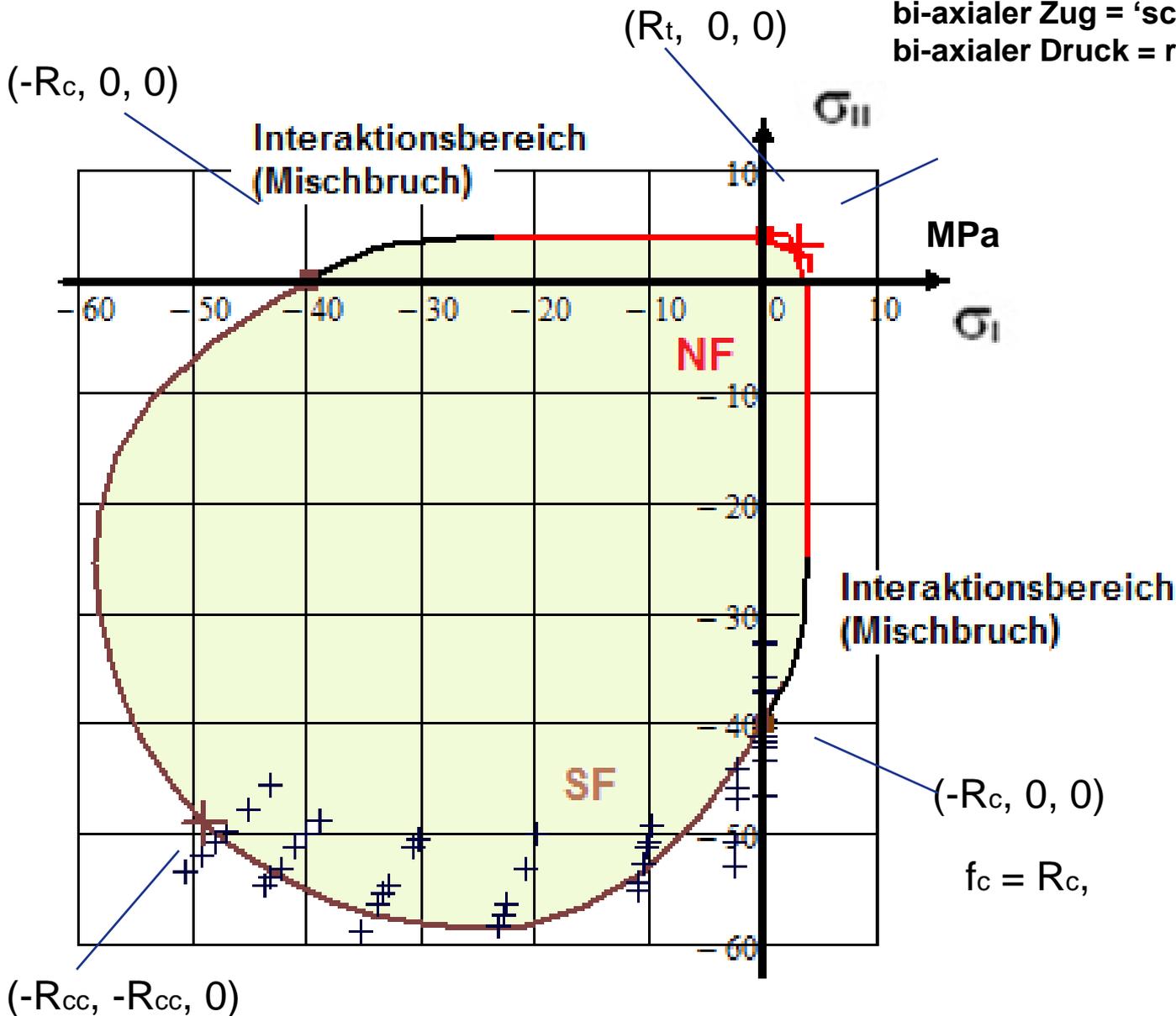
$$\sigma_{II} (\sigma_I)$$

Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper (s. a. von Mises-Ellipse)

bi-axialer Zug = 'schwächstes Glied'-Versagen
 bi-axialer Druck = redundantes Versagen
 (Stützwirkung)

$$\nu = 0.2$$

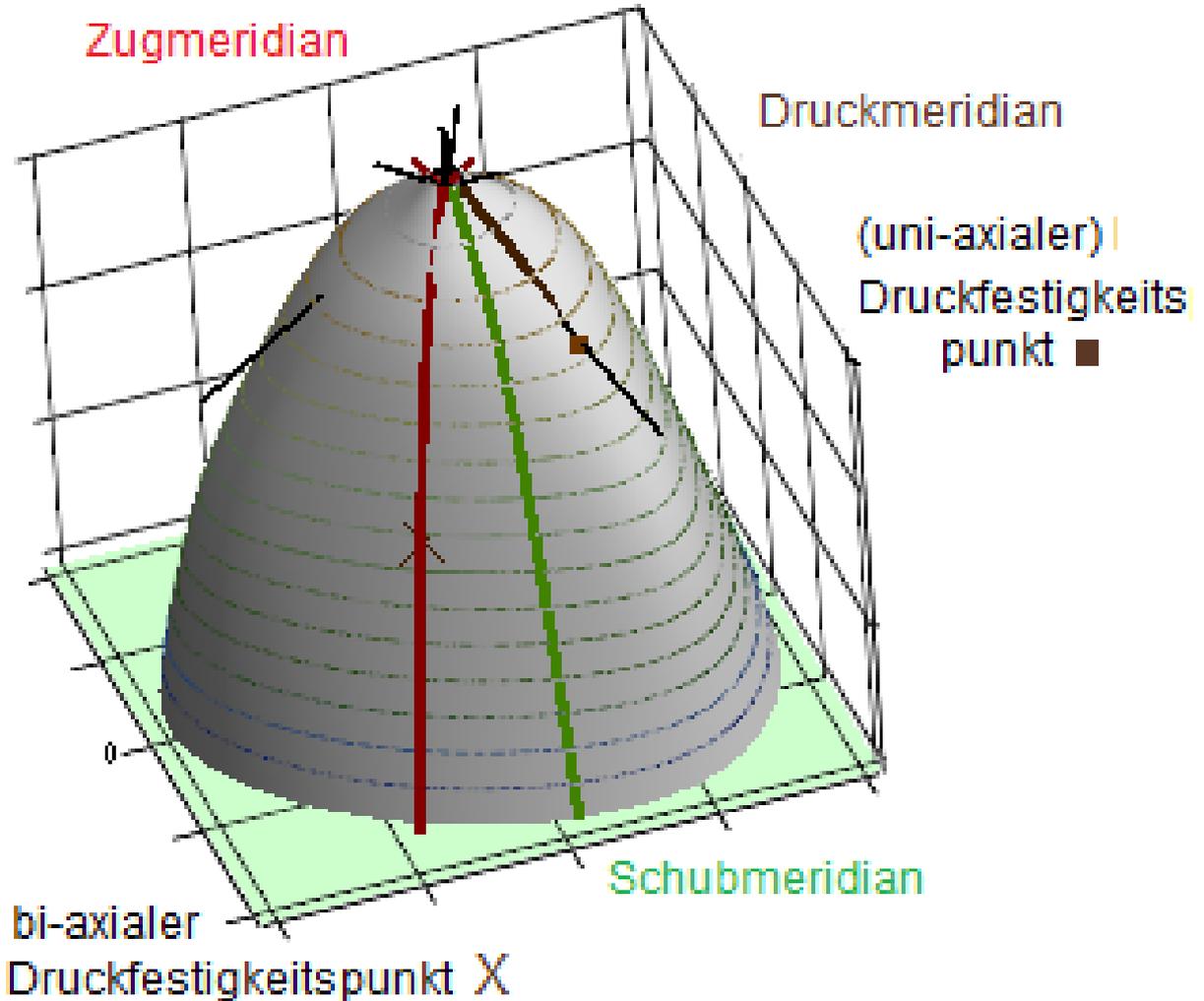
etwas elastisch
 kompressibel



Testdaten:
 Dr. Scheerer,
 IfM, TU-Dresden

Bruchkörper Normalbeton

Kleine *Dellen* ($I_1 > 0$) und
Beulen ($I_1 < 0$) hier !



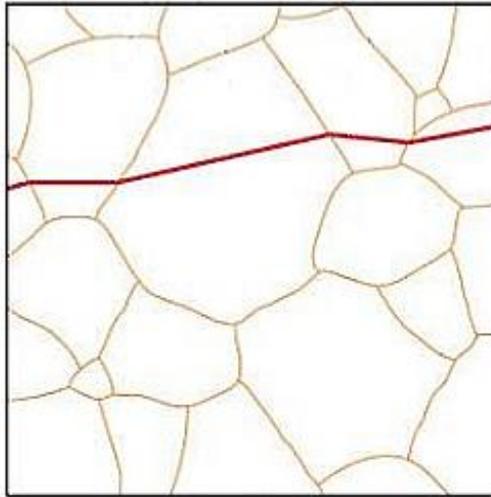
Bi-axialer Druck:
Neben **Schubbruch**
Gefahr durch **Normalbruch**
falls $\epsilon_{ax} > \epsilon_{zug}$

Die Ein- und Aus-Beulungen werden mit wachsendem I_1^c kleiner,
oder anders, der Querschnitt wird kreisförmiger!

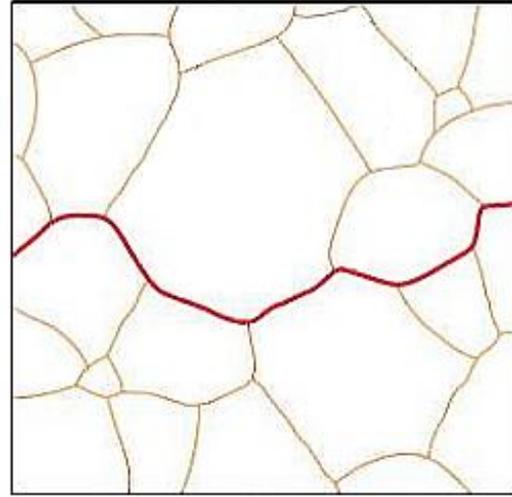
- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf sehr porösen Beton (Hebelstein) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

Vermutung: Porosität beim UHPC geringer als beim Normalbeton, da dichter aufgrund der Sieblinie

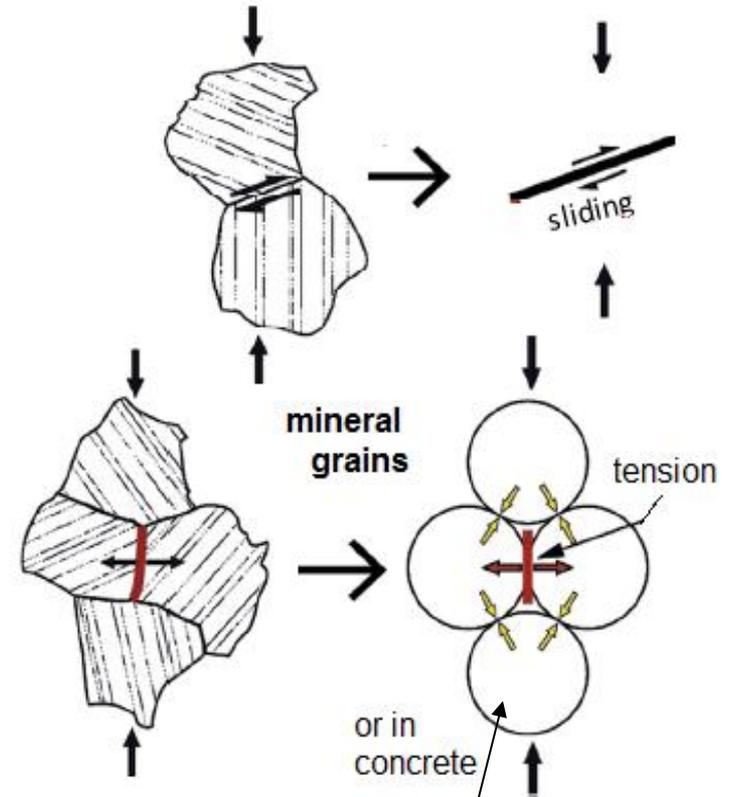
Textureinfluss: Inter-granular and trans-granularer Bruch **unter Zug;
Bruch zwischen den mineralischen Körnern **unter Druck** (3D-Zugspannungen)**



transgranular fracture



intergranular fracture



*redundant
imperfection
behaviour*

Morphologische Effekte unter bi-axialem Druck:

- $\nu=0$: foam no axial tensile straining, micro-instability
- $\nu=0.2$: concrete axial tensile straining and lateral tensile fracture, 'healing' effects
- $\nu=0.3$: UD axial tensile straining (not a free straining), 'healing' effects
- $\nu=0.3-0.5$: metal axial tensile straining (free straining)

theoretical fiber fracture

Einige physikalische Überlegungen, speziell für UHPC unter Druck

1. (1D-)Festigkeitswerte f ($= R$): Ergebnis aus einachsigen Versuchen mit 'freien' Probekörpern ('isolated' test specimens) mit der Versagensart **'Schwächstes Glied-Versagen'**
2. 3D-Festigkeitswerte im Druckbereich: Ergebnis der Versagensart **'Redundantes Versagen'**, Stützwirkung liegt vor, anderes Versagens-Verhalten.

Beispiel UHPC in [MPa = N/mm²]:

$$\sigma_{bruch} = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})_{bruch}^T : \underbrace{(-160, 0, 0)^T}_{1D} \Rightarrow \underbrace{(-230, -6, -6)^T}_{3D}$$

Es sind also bei **hydrostatisch** hochbeanspruchtem UHPC die Festigkeitsbedingungen für Normalbeton nicht ausreichend !

Porosität beim UHPC geringer als beim Normalbeton, da dichter aufgrund der Sieblinie

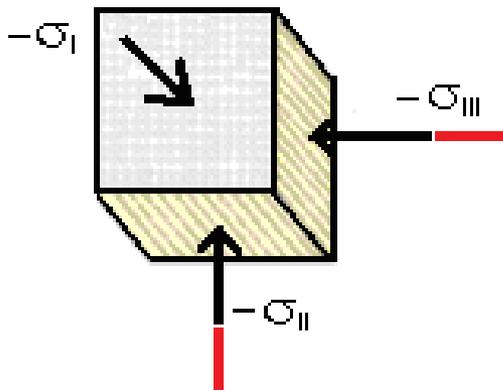
Frage, also: Gelten im hydrostatischen Druckbereich noch die Ansätze, die im 2D-Spannungsbereich erfolgreich einsetzbar sind ?

Neben der Nicht-Koaxialität tritt als weiteres Phänomen eine Volumenveränderung auf. Damit muss neben der durch I_1 berücksichtigten Reibung auch noch I_1^2 in den Gesamtansatz eingefügt werden !

Zugmeridian

$$\sigma_I > \sigma_{II} = \sigma_{III}$$

$$\Delta = |\sigma_I - \sigma_{II}|$$

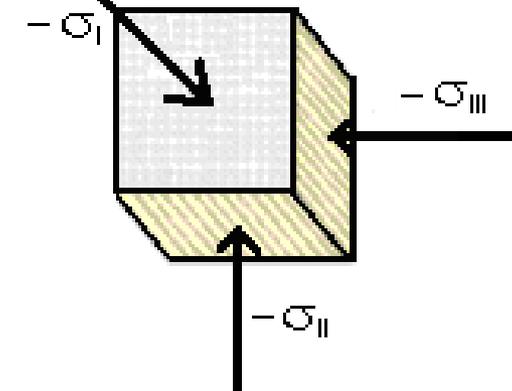


$$p_{hyd_z} = (\sigma_I + \sigma_I + \sigma_I)$$

Druckmeridian

$$\sigma_{II} = \sigma_{III} > \sigma_I$$

$$\Delta = |\sigma_I - \sigma_{II}|$$



$$p_{hyd_d} = (\sigma_{II} + \sigma_{II} + \sigma_{II})$$

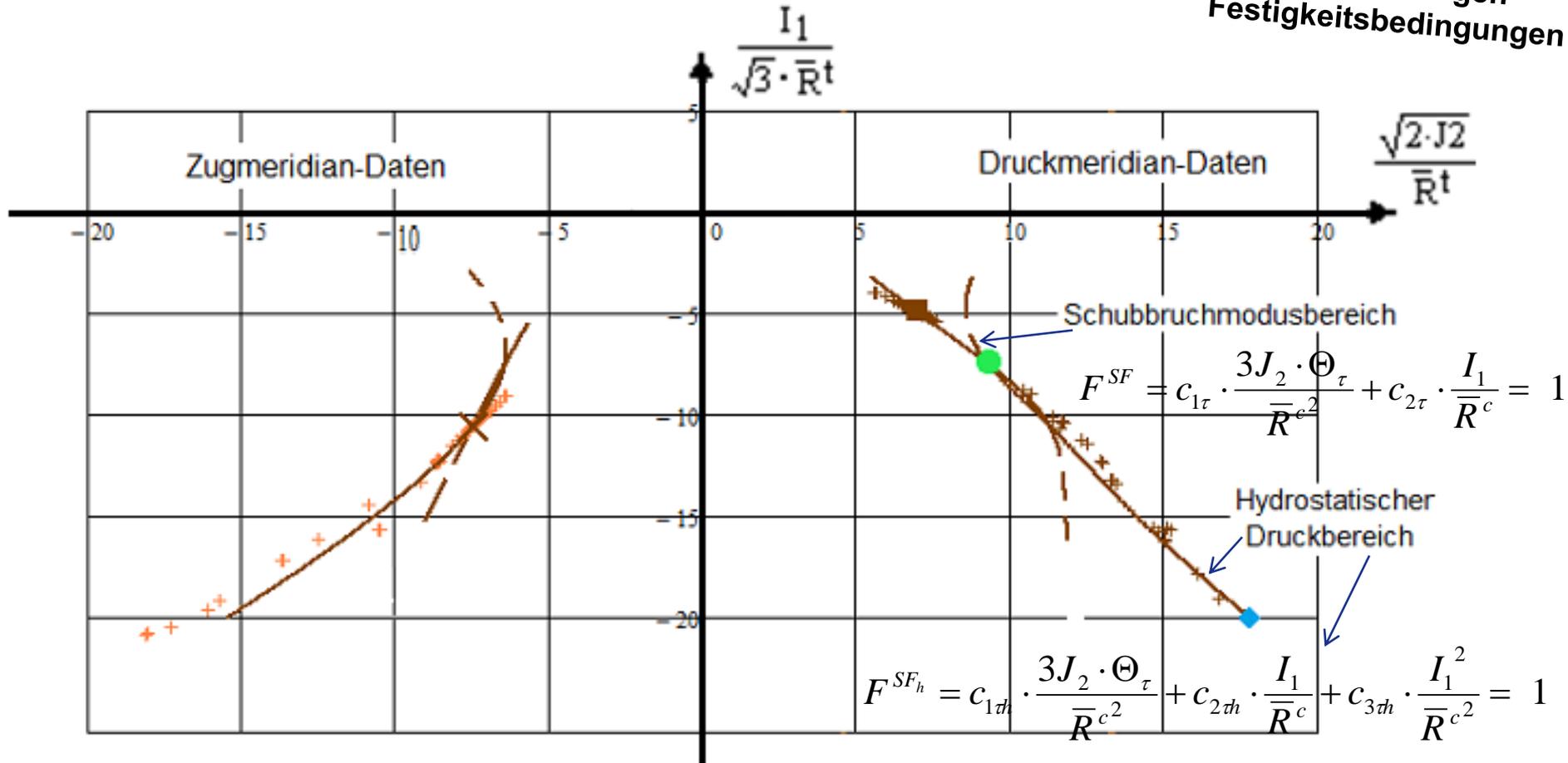
$$F^{SF} = c_{1\tau} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{R^c} + c_{2\tau} \cdot \frac{I_1}{R^c} + c_{3\tau} \cdot \frac{I_1^2}{R^c} = 1$$

+ under multi-axial compression a redundancy (healing) effect occurs !

Spannungsdifferenz Δ bewirkt Gestaltänderung,
hydrostatische Druckspannung p_{hyd} bewirkt Volumenänderung

Testdaten auf Zugmeridian + und Druckmeridian + mit Abbildung

durch die jeweiligen Festigkeitsbedingungen



Schubbruchmodus

Stützpunkte für die Ermittlung der Kurvenparameter für $I_1 < 0$

Ermittlung von

Druckfestigkeitspunkt \blacksquare und Punkt \bullet : Großparameter $c_{1\tau}$ und Reibungs-Parameter (Formparameter) $c_{2\tau}$

Druckfestigkeitspunkt \blacksquare und bi-axialer Festigkeitspunkt \times : Nicht-Koaxialitäts-Parameter Θ_τ

Hydrostatischer Druckmodus

Ermittlung von hydrostatischem Druckeffekt-Parameter $c_{3\tau}$

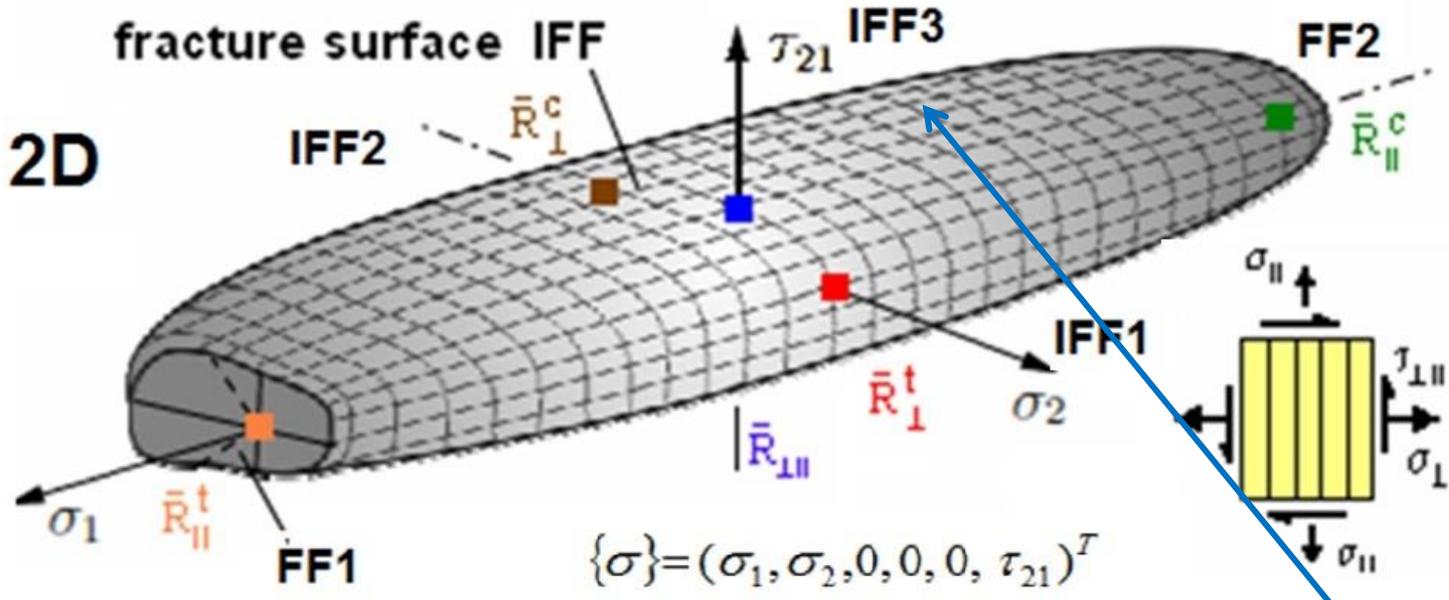
vorläufiger Ansatz in Verwendung der Punkte \times \bullet \blacklozenge

Testdaten:
Dr. Speck, IfM, TU-Dresden

- 1 Einführung**
- 2 Was war die Motivation für neue Festigkeitsbedingungen**
- 3 Idee von Cuntzes Versagens-Modus-Konzept**
- 4 Anwendung auf porösen Beton (Hebelstein) (Ersatz: Foam Rohacell 71 G)**
- 5 Anwendung auf Normalbeton**
- 6 Anwendung auf UHPC**
- 7 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle**

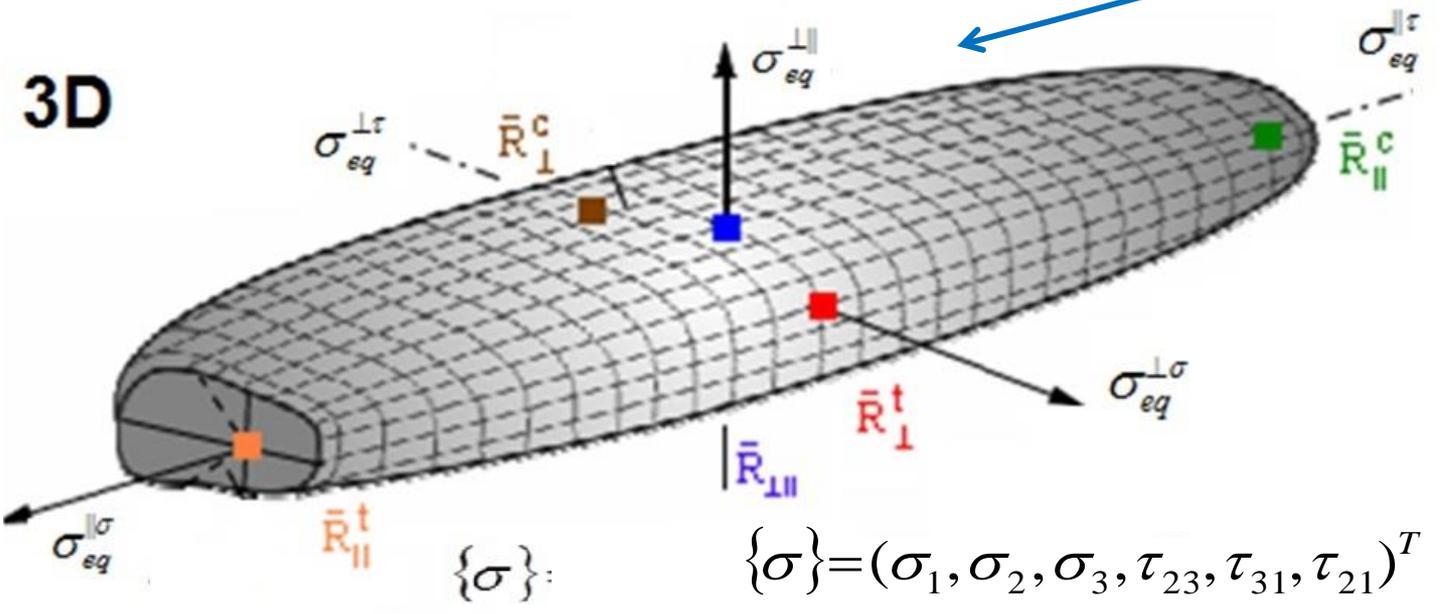
*3D-Bruchmodell :
für vorgespannte Lamelle im
Einspannbereich wichtig*

2D → 3D Bruchkörper der Lamelle, nach Ersetzen von σ durch σ_{eq}^{mode}

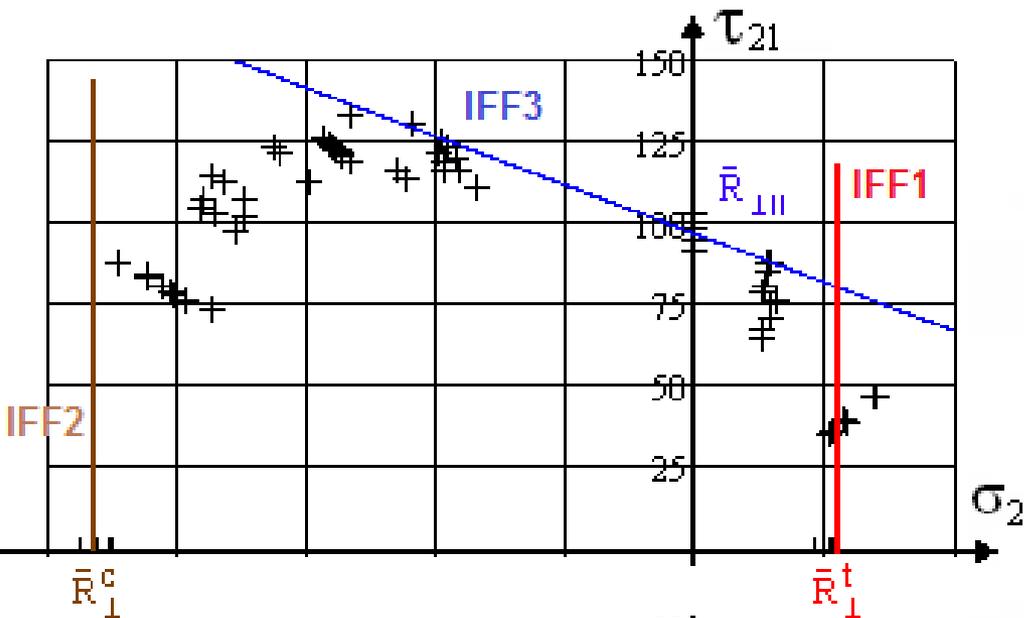


$v_{\perp\perp} = 0.4,$
 $v_{\perp\parallel} = 0.3$

wenig
 kompressibel

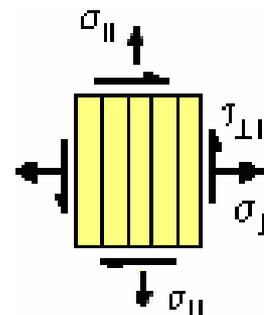


Bruchkörper =
 Oberfläche aller
 Bruchversagens-
 Spannungszustände



Mapping of course of IFF test data in a pure mode domain by the associated Mode Failure Condition.

3 IFF pure modes = straight lines !



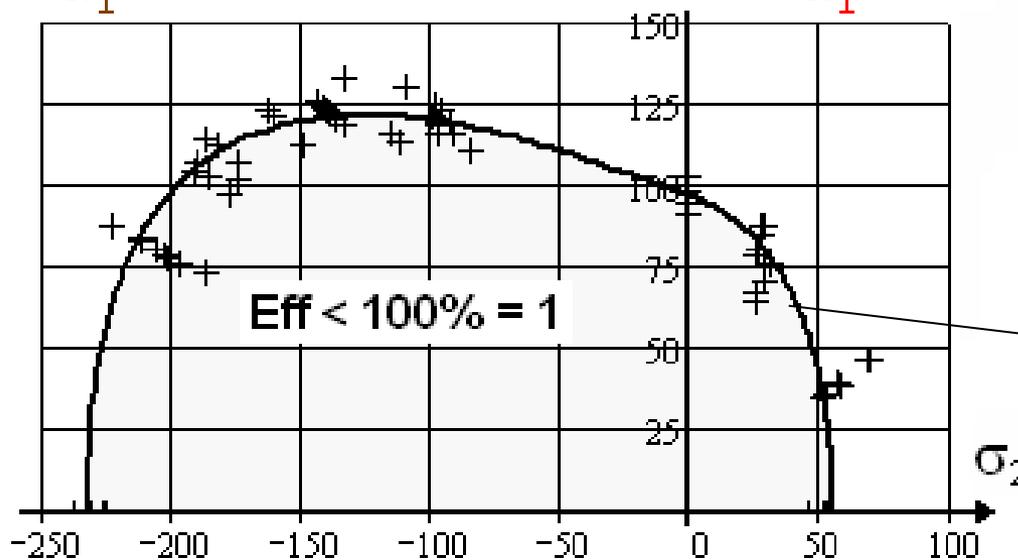
$$IFF 1: \frac{\sigma_2}{\bar{R}_1^t} = 1$$

$$IFF 2: \frac{-\sigma_2}{\bar{R}_1^c} = 1$$

IFF 3

(2D simplified):

$$\frac{|\tau_{21}|}{\bar{R}_{\perp 11} - \mu_{\perp 11} \cdot \sigma_2} = 1$$



Mapping of course of test data by Interaction Model

$$(Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m = 1$$

$$m = 2.5, \mu_{\perp 11} = 0.3$$

Wozu sind die gezeigten Bruchkörper gut ?

- Bei Festigkeitsnachweisen sind mehrachsige Spannungszustände zu bewerten
- Dazu benötigt werden (Bruch-)Festigkeitsbedingungen, die die Oberfläche des Bruchkörpers beschreiben. Diese Oberfläche definiert sich als *Einhüllende Fläche der Vektorpfeile aller Bruchspannungskombinationen*
- Eine Belastungsreserve liegt vor (Reservefaktor $RF < 1$), wenn der Vektor der vorliegenden Last-Spannungen - *multipliziert mit dem Sicherheitsfaktor für die Auslegung* - kleiner als der zugehörige Bruchspannungsvektor ist.
- In die Bruchbedingungen einzusetzen sind die Festigkeiten $f (= R)$ und **bei sprödem Verhalten die inneren-Reibung(en) μ** (direkt in diesem *neuen Ansatz*)
- Festigkeitsbedingungen können nur das einmalige Auftreten eines Versagensmechanismus/Versagensmodus beschreiben !

Das Auftreten eines 2fach-Modus verursacht Nicht-Koaxialität.

- Die Abbildung der mehrachsigen Testdaten gelingt für die gezeigten Betonmatrices (*für UHPC neue Idee*) und auch die transversal-isotrope CFK-Lamelle
- Cuntzes 'Modales Konzept' ermöglicht die Berechnung von Vergleichsspannungen!

**Für die Überlassung der aufwendig zu ermittelnden Testdaten
meinen besten Dank an**

Dr. Kolupaev (Fraunhofer LBF, Darmstadt) : Schaumdaten
Dr. Scheerer (IfM, TU-Dresden) : Normalbeton
Dr. Speck (IfM, TU-Dresden) : UHPC
Prof. Curbach

**„Die Erzeugung zuverlässiger mehrachsiger Bruchtestdaten und
das zugehörige Verstehen-Lernen der Bruchmechanismen
ist aufwendiger als das Aufstellen einer zugehörigen Theorie.
Eine zuverlässige Theorie macht das Ganze aber erst praktikabel.“**

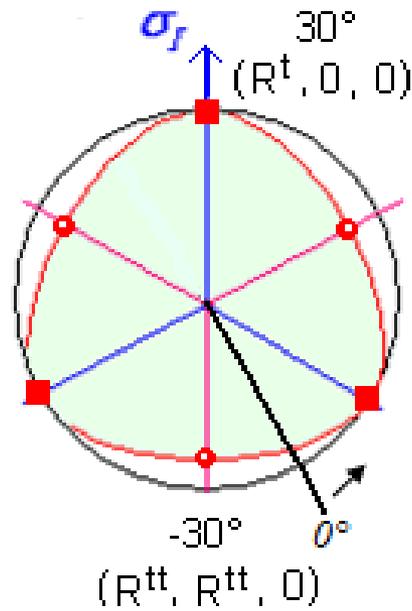
Ralf Cuntze, 2013

Dank fürs Zuhören und Zusehen

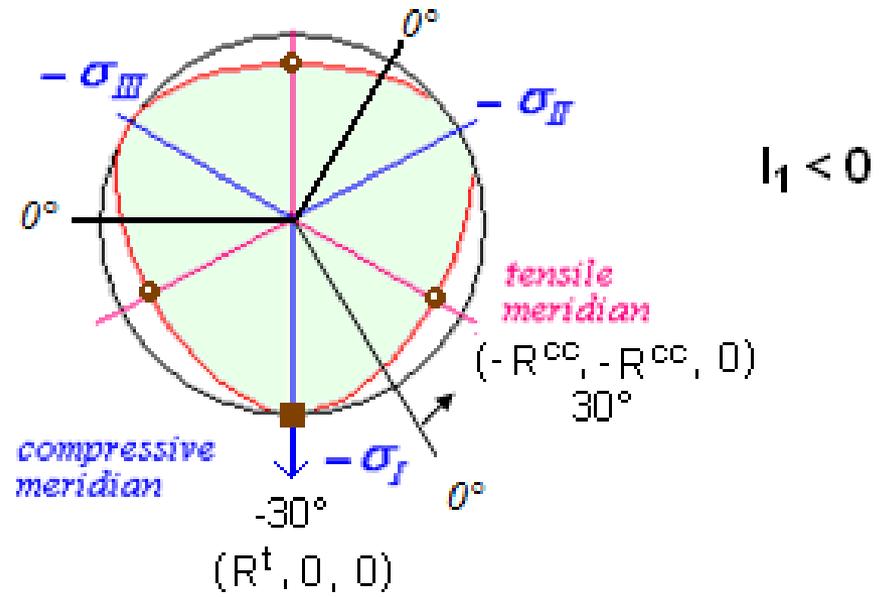
Some Literature

- [Cun96] Cuntze R.: *Bruchtypbezogene Auswertung mehrachsiger Bruchtestdaten und Anwendung im Festigkeitsnachweis sowie daraus ableitbare Schwingfestigkeits- und Bruchmechanikaspekte*. DGLR-Kongreß 1996, Dresden. Tagungsband 3
- [Cun04] Cuntze R.: *The Predictive Capability of Failure Mode Concept-based Strength Criteria for Multidirectional Laminates*. WWFE-I, Part B, Comp. Science and Technology 64 (2004), 487-516
- [Cun05] Cuntze R.: *Is a costly Re-design really justified if slightly negative margins are encountered?* Konstruktion, März 2005, 77-82 and April 2005, 93-98 (reliability treatment of the problem)
- [Cun12] Cuntze R.: *The predictive capability of Failure Mode Concept-based Strength Conditions for Laminates composed of UD Laminas under Static Tri-axial Stress States. - Part A of the WWFE-II*. Journal of Composite Materials 46 (2012), 2563-2594
- [Cun13] Cuntze R.: *Comparison between Experimental and Theoretical Results using Cuntze's 'Failure Mode Concept' model for Composites under Triaxial Loadings - Part B of the WWFE-II*. Journal of Composite Materials, Vol.47 (2013), 893-924
- [Cun13b] Cuntze R.: *Fatigue of endless fiber-reinforced composites*. 40. Tagung DVM-Arbeitskreis Betriebsfestigkeit, Herzogenaurach 8. und 9. Oktober 2013, conference book
- [Cun14] Cuntze R.: *Fracture failure surface of the foams*. In: Veranstaltung Carbon Composites, AG Engineering, IHK Schwaben, Augsburg, 11. Juli, 2014, <https://www.carbon-connected.de/Group/CCeV.Fachinformationen/Mitglieder>
- [Cun15a] Cuntze, R.: *Static & Fatigue Failure of UD-Ply-laminated Parts – a personal view and more*. ESI-Group, Composites Expert Seminar, Uni-Stuttgart, January 27-28, keynote presentation, see CCEV website)
- [Cun15b] Cuntze, R.: *Reliable Strength Design Verification – fundamentals, requirements and some hints*. 3rd. Int. Conf. on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures, DESICOS 2015, Braunschweig, March 26 -27, extended abstract , conf. handbook, 8 pages (see CCEV website)
- [Kol15] Kolupaev V., Becker W., Massow H. und Kiegelmann E. M.: *Mit Schaumstoffen zuverlässig konstruieren*, ROHACELL 71 und 110 IG. Carl Hanser, Kunststoffe 2015, Heft 2. (English: see www.kunststoffe-international.com).
- [VDI2014] VDI 2014: German Guideline, Sheet 3 *“Development of Fiber-Reinforced Plastic Components, Analysis”*. Beuth Verlag, 2006 (in German and English, author was convenor).

Meridians, dents and Lode (meridian) angles around the 120°-hoop



$I_1 > 0$



$I_1 < 0$

The effect of redundancy

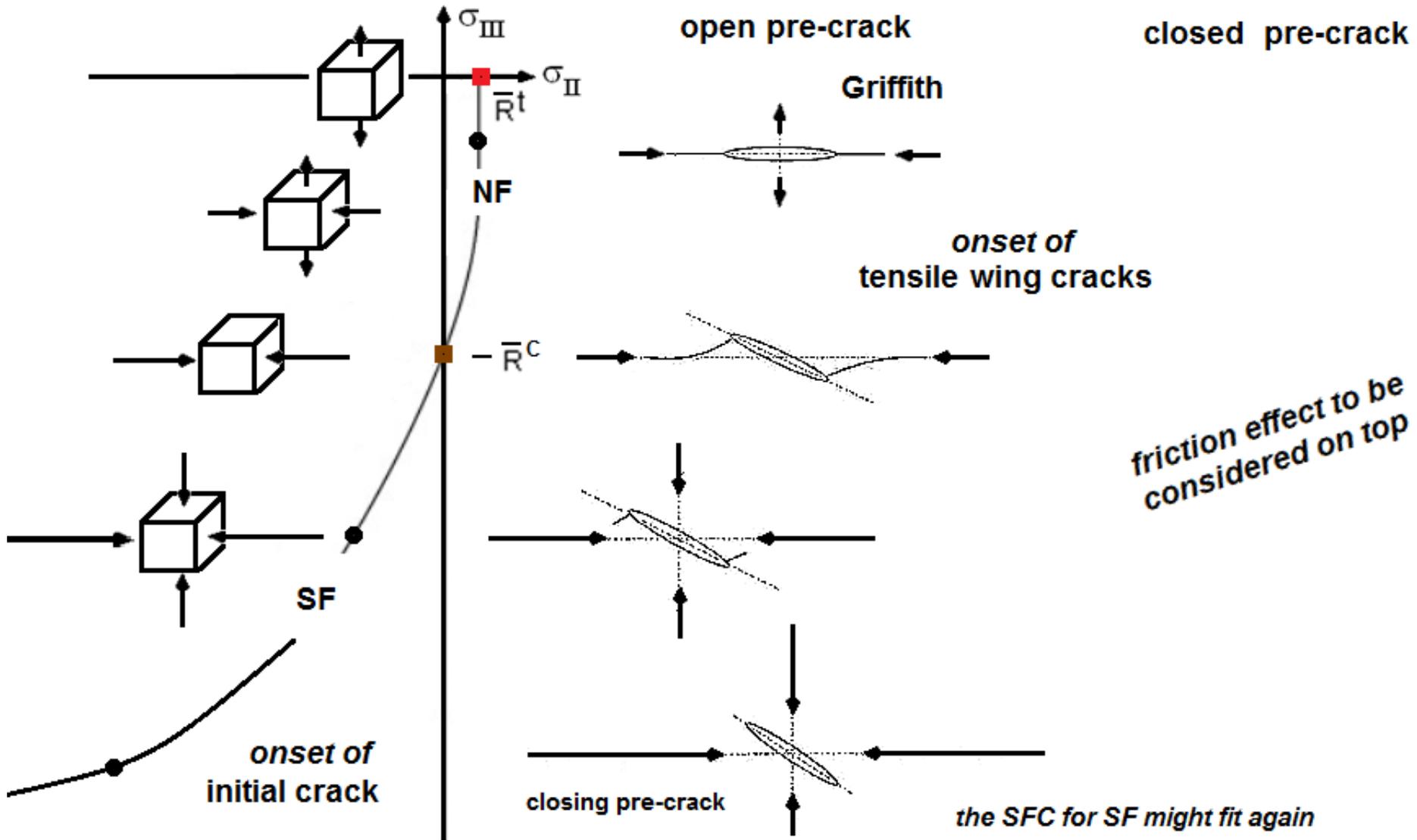
(“healing” = out-smoothing of stress concentrations)

becomes more chances in the case of the more roughly grained NC.

This might explain why the bi-axial strength increase of a roughly grained Normal Concrete (NC) is higher than for the small-grained Ultra High Performance Concrete (UHPC)

$$(f^{cc}/f^c)_{NC} > (f^{cc}/f^c)_{UHPC} .$$

2D stress states, observations wrt failure modes NF and SF and fracture 'planes' in the case of initially crack-free (intact), open-through crack and closed-through crack situations



..... weiter : Wozu sind die gezeigten Bruchkörper gut ?

- “Unten“ offener Bruchkörper: *Glas, Grauguß, Normalbeton, UHPC*
(reißt gefüge-abhängig ferner noch axial, unter bi-axialem Querdruck!)
- Geschloss. Bruchkörper: *Ytong, Hebel-Stein, Lamelle*
(Faser reißt sogar unter tri-axialem Druck !)
- Beliebige hohe 3D-Druck-Beanspruchungszustände sind auch bei porösem Werkstoff möglich, aber dann ist der Werkstoff zerbröselte.

Determination of the Load-defined Reserve Factor RF

Assumption:

Linear elastic problem for this brittle behaving material

Residual stresses = 0

$$RF = f_{Res} \text{ (material reserve factor)} = Eff^{-1}$$

estimated from given average value

Stress state:

$$\sigma I := 0.9 \quad \sigma II := -0.4 \quad \sigma III := 0.5$$

Statistically reduced Strengths:

$$\underline{Rz} := 0.9 \cdot \bar{Rz} \quad \underline{Rd} := 0.85 \cdot \bar{Rd}$$

Shape parameters:

$$D\sigma = -0.71 \quad Dcr = 0.21 \quad c1\sigma = 1.15 \quad c1\sigma cr = 1.03$$

$$I1 := \sigma I + \sigma II + \sigma III \quad J2 := \frac{[(\sigma I - \sigma II)^2 + (\sigma II - \sigma III)^2 + (\sigma III - \sigma I)^2]}{6}$$

$$J3 := \frac{[(2 \cdot \sigma I - \sigma II - \sigma III) \cdot (2 \cdot \sigma II - \sigma I - \sigma III) \cdot (2 \cdot \sigma III - \sigma I - \sigma II)]}{27}$$

$$I1 = 1$$

$$J2 = 0.44$$

$$J3 = -0.07$$

$$Eff\sigma := c1\sigma \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot J2 \cdot \sqrt{1 + D\sigma \cdot 1.5 \cdot 3^{0.5} \cdot J3 \cdot J2^{-1.5}} - \frac{1}{3} \cdot I1^2 + I1}{2Rz}}$$

$$Eff\sigma cr := c1\sigma cr \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot J2 \cdot \sqrt{1 + Dcr \cdot (1.5 \cdot 3^{0.5} \cdot J3 \cdot J2^{-1.5})} - \frac{1}{3} \cdot I1^2 - I1}{2 \cdot Rd}}$$

$$Eff := \sqrt[9]{Eff\sigma^{m_{int}} + Eff\sigma cr^{m_{int}}}$$

$$Eff = 0.802$$

$$RF := \frac{1}{Eff} \quad RF = 1.25$$

The loading may be monotonically increased by the factor **RF = 1.25 !**

Was beschreibt den Bruchkörper? Beispiel: *Isotroper Werkstoff*

Bruchkörper: Menge aller Spannungskombinationen = Beanspruchungszustände, die gerade noch nicht zum Bruch führen. Der Bruchkörper begrenzt den sich mit wachsender Beanspruchung vergrößerten Fließkörper (z.B. Mises-Zylinder)

Bruchkörper-Oberfläche: Fläche, auf der alle Bruch-Spannungskombinationen liegen. Sie wird mathematisch durch eine Bruch-Festigkeitsbedingung

$F(\underline{\sigma}, \underline{f})$ beschrieben (f ist Festigkeit im Bauwesen = R Resistance, Widerstand).

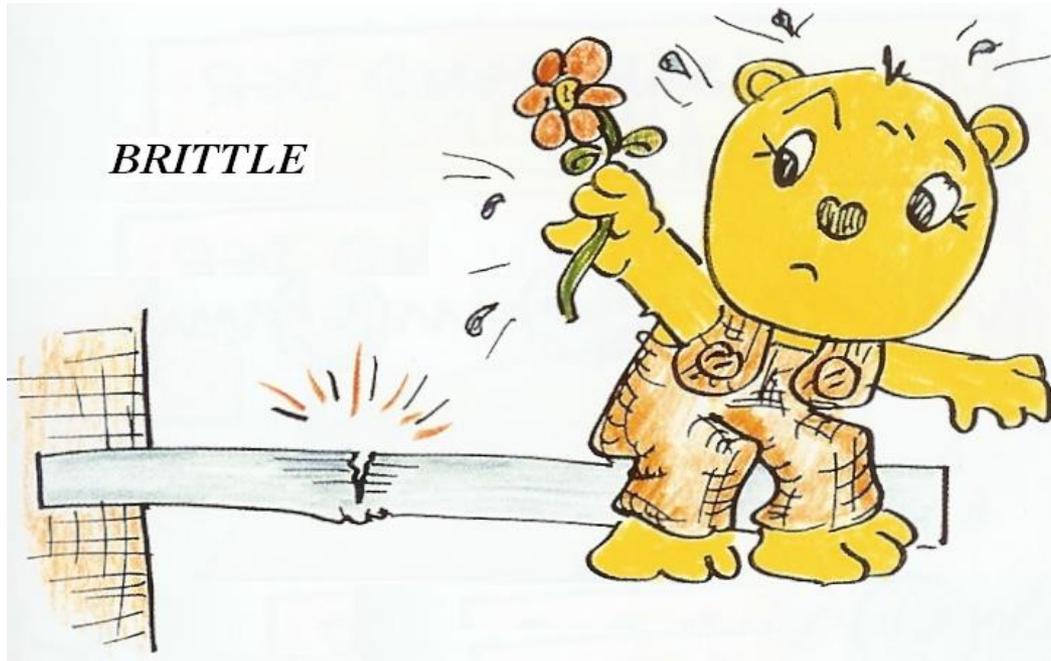
Trifft die Vektorspitze des anliegenden Beanspruchungszustands die Oberfläche, so ist einerseits $RF = 1$ und andererseits die Werkstoffanstrengung $Eff = 100\%$ ($= 1$).

Für jeden 'Dimensionierenden Lastfall' mit seinen diversen Versagensmoden ist nachzuweisen, dass an beanspruchungskritischen Stellen des Werkstoffs gilt

Festigkeit > Beanspruchung bzw. $RF > 1$.

Liegt die Spitze des den Spannungszustand beschreibenden Vektors, gebildet aus den 3 Hauptspannungen, noch innerhalb des Bruchkörpers, so liegt noch eine Reserve vor und die Belastung kann noch um den sog. Reservefaktor RF gesteigert werden bis schließlich Bruch eintritt.

Wie unterscheidet man sprödes und duktiles Werkstoffverhalten??

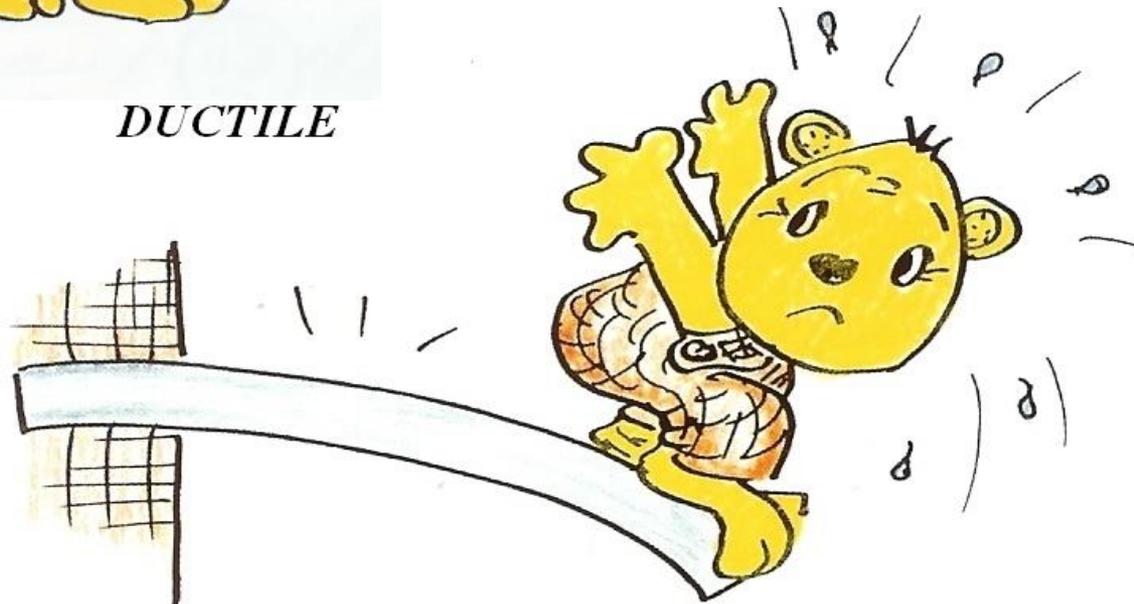


**Spröbruch (Normalbruch)
+ Schubbruch**

*One feels good until
sudden fracture occurs*

DUCTILE

Fließversagen



Conclusions wrt Isotropic Strength Failure Conditions (SFCs)

- A SFC shall and can only describe a 1-fold occurring failure mode.
- A multi-fold occurrence must be additionally considered in the formulas:
 - 2-fold $\sigma_{II} = \sigma_I$ (probabilistic effect) is elegantly solved with J_3
 - 3-fold $\sigma_{II} = \sigma_I = \sigma_{III}$ (prob. effect) hydrost. compression, by closing
- 120°-located dents of the failure body are the probabilistic result of a 2-fold acting of the same failure mode. This shape is usually described by replacing J_2 through $J_2 \cdot \theta(J_3, J_2)$. They may be oppositely located in the $I_1 < 0$ domain to those in the $I_1 > 0$ domain
- The Poisson effect, generated by a Poisson ratio ν , may cause tensile failure under bi-axially compressive stressing (dense concrete; analogous to UD material, where filament tensile fracture may occur without any external tension loading σ_1)
- Hoop Planes = deviatoric planes = π – planes: *convex*
- Meridian Planes : *not convex !*

