

CCeV-Thementag , Weimar, 22.Oktober 2019, 25 + 5 min

“Vom Werkstoff bis zur Zulassung von Bauteilen aus Polymermatrix und Betonmatrix”
beim Institut für Angewandte Bauforschung Weimar gGmbH, Über der Nonnenwiese 1

Festigkeitsmodellierung der Baustoffe Beton und Lamelle

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel, ähnlich Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

Prof. Dr.-Ing. habil. Ralf Cuntze VDI, Baustatiker, Ralf_Cuntze@t-online.de

INGENIEUR & HOBBY-WERKSTOFFMODELLIERER

Früher: MAN-Technologie AG, Augsburg, seit 1970 im Faserverbundgeschäft.

Jetzt: verbunden mit Carbon Composite e.V. (CCeV), Augsburg.

Im Vorstand der Fachabteilung CC Bau

*Leiter der Arbeitsgruppen "Engineering" (Maschinenbau) + "Bemessung und Nachweis",
so wie kommissarisch der AG "Automatisierte Fertigung im Bauwesen".*

Alle Forschungsergebnisse wurden ohne Fördermittel erzielt.

Cuntzes (testvalidiertes) **Versagensmodus-Konzept** (Failure-Mode-Concept FMC)

In diesem Vortrag wird aufgrund der Kürze der Zeit 'nur' eingegangen auf :

- ✓ die dem Konzept unterliegenden neuen Ideen für eine Modellierung und
 - ✓ die Modell-Validierung anhand vorhandener 2D- und 3D-Testdaten.
- "Formeln" werden nicht diskutiert, nur angegeben.

**Gute Bemessung und Nachweis,
dass eine Festigkeits-Grenze noch nicht erreicht ist
verlangt die Anwendung
validierter Festigkeitsbedingungen.**

Dazu gehören

**Fließbedingungen für nicht-lineare Analyse und
Fließgrenzennachweis (duktilen Verhalten)**

sowie

Bedingungen für den Bruchbeginn-Nachweis (sprödes Verhalten)

= Festigkeitsbedingungen $F = 1$ für Bruch oder die

= Werkstoffanstrengung $Eff = 100\%$ bei Bruch .

Es gibt Einiges zu tun,

schon aufgrund der unterschiedlichen isotropen Arten wie:
sehr poröser Hebel-Baustein (Ytong), Normalbeton, UHPC;

dazu zur Stahlbetonertüchtigung die CFK-Lamellen.

**Vortrag betrifft i.W. Festigkeitsbedingungen für
obige, sich spröd verhaltende Werkstoffe im Bauwesen.**

Es wird damit der Grenzzustand der Tragfähigkeit GZT angesprochen.

- Das Wissen um die Bruchkörper-Oberfläche ist für das mehrachsige Festigkeitsverständnis sehr hilfreich. Man benötigt Festigkeitsmodelle für Bruchbeginn hierzu.

Es gibt viele Bruch-Festigkeitsmodelle (*sprödes Verhalten*)

- Doch welche soll man für isotropen Beton nehmen?

Gibt es Nachteile bei den bekannten Betonmatrix-Modellen wie Ottosen, Drucker-Prager, Willem-Warnke, Dresdener Modelle ?

Wie weit sind diese Modelle aber räumlich durch 3D-Tests validiert?

- * Wie festigkeits-bewertet man anisotrope CFK-Lamellen, wenn diese auch quer zur Faserrichtung beansprucht werden (Querkraft, Verankerungsbereich) ?

*... und weiter:
Was soll ich nehmen?
Was **statisch** und
was **zyklisch** ?*



Sollten wir nicht „Festigkeit mehr 3D-denken“ bei solchen Test-Ergebnissen?

1. (1D-)Festigkeitswert f ($= R$) \equiv 1D-Bruchspannung: Wert ist Ergebnis aus einachsigen Versuchen mit sog. ‘freien‘ Probekörpern (‘isolated‘ test specimens) mit der Versagensart ‘Schwächstes Glied-Versagen‘ mit $Eff = 100\%$
2. “3D-Festigkeitswerte“ im Druckbereich: Wert ist Ergebnis der räuml. Versagensart ‘Redundantes Versagen‘, Stützwirkung liegt vor, anderes Versagens-Verhalten.

Beispiel UHPC: wichtig z. B. für umfangsarmierte Betonstütze

$$\sigma_{bruch} = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})_{bruch}^T : \underbrace{(-160, 0, 0)^T}_{1D} \Rightarrow \underbrace{(-230, -6, -6)^T}_{3D}$$

Der **Festigkeitswert**, als einachsige Bruchspannung definiert, **wird nicht größer, sondern die maximal mögliche Anstrengung bei diesem 3D-Beanspruchungszustand bleibt bei $Eff = 100\%$ stehen!**

Sowohl der (1D-)Festigkeitswert als auch der 3D-Bruchspannungswert liegen auf der Oberfläche des Bruchkörpers (deterministisch), welcher als diejenige Fläche definiert ist, auf dem alle 1D-, 2D- und 3D-Bruchspannungsvektoren liegen .

- 1 Einführung
- 2 **Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - *Basis von Festigkeitsbedingungen***
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel, ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

Da war eine große Motivation für eine neue Vorgehensweise* ?

Drucker-Prager, Ottosen, Willam-Warnke, Tsai u.a.

hier Modellvalidierung :
Verwendung statistischer Festigkeits-Mittelwerte \bar{R}

... verheiraten mathematisch alle Bruchmoden im Ansatz.

Nachteil: falls ein Festigkeitswert zu ändern ist, dann trifft es den ganzen Bruchkörper, wobei Teile des Bruchkörpers un-konservativ werden können, falls man den Verlauf aller Testdaten nicht wieder neu abbildet.

$$R \equiv f$$

1 Globale Festigkeitsbedingung : $F(\{\sigma\}, \{R\}) = 1$ (übliche Formulierung)

Satz von Modalen Festigkeitsbed. : $F(\{\sigma\}, R^{mode}) = 1$ (hier gewählt)

Mises, Cuntze, Puck

$$\{\bar{R}\} = (\bar{R}^t, \bar{R}^c)^T$$

Beton, isotrop: $\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy})^T = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})^T$

Lamelle, anisotrop: $\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{21})^T$

$$\{\bar{R}\} = (\bar{R}_{||}^t, \bar{R}_{||}^c, \bar{R}_{\perp}^t, \bar{R}_{\perp}^c, \bar{R}_{\perp||})^T$$

Interaktion notwendig

Modale Festigkeitsbedingungen: betrachten alle Modi getrennt

Nachteil (klein) : bedingt dann natürlich eine Interaktion aller Modi Normalbruch mit Schubbruch.

Vorteil : * Festigkeitswert-Änderung betrifft nur einen Modus NF oder SF,
* physikalisch besser formulierbar,
* Vergleichsspannung σ_{eq} und Werkstoffanstrengung Eff sind für jeden Modus Normalbruch NF, Schubbruch SF erhältlich.

* 'geboren' nach Gesprächen mit Rüdiger Rackwitz, IfM, TU-München

- Jeder Versagensmodus repräsentiert 1 unabhängigen Versagensmechanismus
und dabei 1 Teilstück der kompletten Bruchkörper-Oberfläche
- Jeder Versagensmechanismus wird von 1 Festigkeit 'dominiert' (*versuchsbelegt*)
- Jeder Versagensmodus kann durch 1 Bruch(beginn)bedingung dargestellt werden

Daher können Vergleichsspannungen für isotrope und anisotrope Werkstoffe für jeden Modus bestimmt werden !!

Dies ist von Vorteil für den dimensionierenden Ingenieur, weil er weiß, in welchem Modus er die "Design-Schraube" drehen muss.

Dies ist ferner ferner zyklisch von Vorteil für die Ermittlung von Wöhlerkurven und Haigh-Diagramm, um mit möglichst wenig Testaufwand auszukommen.

Was war meine zweite Motivation für die Untersuchungen?

Die erlebte Erfahrung :

Man soll nicht auf den Werkstoff schauen sondern auf das Werkstoff-Verhalten.

Damit ist es möglich, die mathematische Beschreibung der Form eines Bruchkörper-Modells von einem sich ähnlich verhaltenden, bereits *mehr-achsig* test-erprobten Werkstoffes, zu übernehmen.

Beispiel hier : voll poröser Hebel-Baustein (Ytong) ähnlich porösem Schaum.



Ist das Modell, d.h. die Form, des Bruchkörpers nämlich bekannt, so ist die Größe des Bruchkörpers eines sich ähnlich verhaltenden Werkstoffs

- **für die Tragfähigkeitsbemessung mit diesem neuen Werkstoff – nur noch mit dessen einfach zu messenden (*ein-achsigen*) Festigkeiten festzulegen.**

... und eine dritte Motivation ? Bildung von Vergleichsspannungen

Hilfreich für den Ingenieur ist die Bereitstellung von *Vergleichsspannungen* mit Nutzung der **Werkstoffanstrengung Eff**

Anstrengung im aktivierten Versagensmodus

$$Eff^{mode} = \sigma_{eq}^{mode} / \bar{R}^{mode} \quad \leftarrow \text{analog}$$

$$Eff^{Mises} = \sigma_{eq}^{Mises} / \bar{R}_{p0.2}$$

$\sqrt{3 \cdot J_2}$

Gesamtanstrengung aus allen aktivierten Versagensmoden

$$Eff = \sqrt[m]{(Eff^{mode 1})^m + (Eff^{mode 2})^m + \dots}$$

Interaktion der Versagensmoden mit dem Modell "Serienversagens-System"

= 'Akkumulation' der Anstrengungen \equiv Summe der Bruchgefahranteile

Anmerkung zur Indizierung:

außerhalb des Betonwerkstoffs allgemein : mittlere Druckfestigkeit (Resistance R, compressive c, $\bar{\quad}$ statistisches Mittel)

$$f_{cm} \equiv \bar{R}^c \quad f \equiv R \text{ (resistance) zu nehmen fürs 'Mapping' der Testdaten}$$

Im Betonbauwesen: Concrete c, Mittelwert m. "Beton hat ja keine Zugfestigkeit"

Meine Definition einer “ Vergleichsspannung σ_{eq} “

Zwei Aspekte:

(1) Der Vergleichsspannungswert σ_{eq} beinhaltet die gemeinsame Wirkung =
Werkstoffanstrengung eines mehrachsigen Spannungszustands,
der bei einem bestimmten Versagensmodus aktiv ist

äquivalent = gleichwertig dem Spannungszustand, wie in

** Mises Vergleichsspannung: Modus ‘Schubspannungsfließen’*

** Maximale Vergleichsspannung: spröd, Modus ‘Normalbruch’*

(2) Der einachsige Vergleichsspannungswert σ_{eq}

= vergleichbar mit Festigkeitswert R

des aktivierten Modus .

Zur Modellfestlegung: Beispiel *Isotrope Betonmatrix*

1. Für jedem Modus (mit seinem Bruchtyp): Aufstellung einer Ansatzfunktion für eine die Teil-Bruchkörper-Oberfläche beschreibende Festigkeitsbedingung $F = 1$. *Modellparameter werden im reinen Bruchtyp-Bereich Normalbruch NF oder Schubbruch SF bestimmt*
2. Kein „Fitten“ der Testdaten auf Zugmeridian und Druckmeridian. *Meridian-Kurven ergeben sich aus der geschlossenen 3D-Ansatzfunktion F*
3. Signifikante Modellparameter seien klassisch messbare Größen. Diese sind Festigkeiten $f (= R)$ und bei sprödem Verhalten noch Reibung(en) μ
4. Aufstellung von Bruch-Festigkeitsbedingungen unter Verwendung von Invarianten (analog zu v. Mises, J_2), die einem physikalischen Mechanismus des Werkstoffelementes zuordenbar sind.

Physikalisch basierte Invariantenwahl bei der Aufstellung von Festigkeitsbedingungen auf Invariantenbasis (isotrop , 120°-Symmetrie)

* **Beltrami** : “Bei ‘Fließbeginn’ besitzt der Werkstoff eine bestimmte *Verzerrungsenergie*, die sich zusammensetzt aus
=*Volumenänderungsenergie* (I_1^2) und *Gestaltänderungsenergie* ($J_2 \equiv v. Mises$)

* Mit **Beltrami**, **Mises** (HMH), und **Mohr / Coulomb (Reibung)** gilt:

Invariantenterme in der Versagensfunktion F können einem bestimmten physikalischen Mechanismus im Werkstoffelement zugeordnet werden :

- **Volumenänderung** : I_1^2 ... (*dilatational energy*) **relevant für porösen Hebelstein**
- **Gestaltänderung** : J_2 (v. Mises) . (*distortional energy*) **relevant, falls Gestalt sich ändert**
- und - **Reibung** : I_1 ... (*friction energy*) **relevant falls, sprödes Verhalten**

Dazu kommt für die Erfassung der “120°-Symmetrie (Dellen)” des *isotropen Bruchkörpers*“:

- J_3 . als elegante Ansatzfunktion, um die bekannten Dellen oder Auswölbungen des Bruchkörpers , weil Moden mehrfach auftreten können, abzubilden.

Invariante: Kombination von Spannungen – potenziert oder nicht-potenziert –
dessen Wert sich bei Änderung des Koordinatensystems nicht ändert.

Wie formuliert man Festigkeitsbedingungen nach dem "Versagensmoduskonzept"?

Beispiel: Cuntzes 3D-Ansatz im Druckbereich $I_1 < 0$ für isotrope Betonarten

Ansatzfunktion:
isotrope
Betonmatrix:

$$F^{SF} = c_{1SF} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_{SF}}{R^{c2}} + c_{2SF} \cdot \frac{I_1}{R^c} + c_{3SF} \cdot \frac{I_1^2}{R^{c2}} = 1$$

koaxialer 'Mises'-Zylinder

$$c_{2SF} = f(\mu)$$

Empfohlen: $0.1 < \mu < 0.2$
(ein kleinerer Wert ist auf der konservativen Seite)

$R \equiv f$

Hier auf
Druckfestigkeit
normiert!

Parameter Θ , die 120°-Symmetrie des Bruchkörpers isotroper Werkstoffe berücksichtigend, da 3 gleichwertige Hauptspannungsrichtungen vorliegen

$$\Theta_{SF}(J_3) = \sqrt[3]{1 + d_{SF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + d_{SF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

Mises

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma), \quad 6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$

$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

Ein Festigkeitsansatz beschreibt in der Regel nur das einmalige Auftreten eines Modus oder Versagensmechanismus! Daher ist die Θ -Erweiterung notwendig, weil ein Mehrfach-Auftreten eines Modus, wie $(\sigma_I = \sigma_{II})$, abzubilden ist!

Für die Testdatenabbildung (Mappen), und damit für die Validierung des Versagensmodus-Ansatzes F sind Mittelwerte der Festigkeiten $\bar{\tau}$ zu verwenden!

$(\sigma_I$ etc. sind die Hauptspannungen. Bruchtreibende Spannungen sind σ und τ)

Bruchwinkel θ_{fp} liefert: duktil 45° ($\mu=0$, Gleitebenen), spröd $45^\circ < 50^\circ$ ($\mu=0.174$, Bruchebene), 55° ($\mu=0.309$).

Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingungen für Beispiel Normalbeton

Ansatz:
$$F_{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}^t} \qquad F_{SF} = c_{1SF} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^{c2}} + c_{1SF} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} = 1$$

Considering bi-axial strength (failure mode occurs twice): in Effs nun $\sigma = \bar{R} \cdot Eff$

$$Eff_{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}^t} = \sigma_{eq}^{NF} / \bar{R}^t$$

$$Eff_{SF} = \frac{c_{2SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_{2SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_{1SF} \cdot 3J_2 \cdot (\Theta_{SF})}}{2 \cdot \bar{R}^c} = \sigma_{eq}^{SF} / \bar{R}^c$$

c_{NF}, Θ_{NF} from the two points $(\bar{R}^t, 0, 0)$ and $(\bar{R}^{tt}, \bar{R}^{tt}, 0)$ or minimum error fit, if data available

c_{SF}, Θ_{SF} from the two points $(R^c, 0, 0)$ and $(\bar{R}^{cc}, \bar{R}^{cc}, 0)$ or minimum error fit, if data available

The failure surface may be closed at both the ends: A **paraboloid** serves as closing cap and bottom

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{cap} \cdot \left(\frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{NF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\max I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{bot} \cdot \left(\frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{CrF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\min I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} \quad \text{nicht für dichten Beton}$$

The slope parameters s are determined connecting the respective hydrostatic strength point with the associated point on the tensile and the compressive meridian, $maxI1$ must be assessed, whereas $minI1$ can be measured.

$$\bar{R}^{ttt} = \bar{R}^t / (3^{1/Mt}), \quad Mt = \ln(2) / \ln(\bar{R}^t / \bar{R}^{tt}) \quad [\text{Awaji}]$$

$$\vartheta = \vartheta^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}, \quad \text{with } \vartheta^\circ \text{ as Lode-angle of the meridian}$$

Modus-Interaktion:
$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{SF})^m]^{m^{-1}} = 1 = 100\% \text{ Gesamtanstrengung}$$

Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingung) for anisotrope UD-Werkstoffe (Lamelle)

(Cuntze was top-ranked in the World-Wide-Failure-Exercises-I and-II gegen alle Institute der Welt)

FF1 $Eff^{||\sigma} = \check{\sigma}_1 / \bar{R}_{||}^t = \sigma_{eq}^{||\sigma} / \bar{R}_{||}^t, \quad \check{\sigma}_1^* \cong \varepsilon_1^t \cdot E_{||}$ filament strains from FEA

FF2 $Eff^{||\tau} = -\check{\sigma}_1 / \bar{R}_{||}^c = +\sigma_{eq}^{||\tau} / \bar{R}_{||}^c, \quad \check{\sigma}_1 \cong \varepsilon_1^c \cdot E_{||}$ **2 filament modes**

IFF1 $Eff^{\perp\sigma} = [(\sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / 2\bar{R}_{\perp}^t = \sigma_{eq}^{\perp\sigma} / \bar{R}_{\perp}^t$ **3 'matrix' modes**

IFF2 $Eff^{\perp\tau} = [(\frac{\mu_{\perp\perp}}{1-\mu_{\perp\perp}}) \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{1-\mu_{\perp\perp}} \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / \bar{R}_{\perp}^c = +\sigma_{eq}^{\perp\tau} / \bar{R}_{\perp}^c$ **3 'matrix' modes**

IFF3 $Eff^{\perp||} = \{ [2\mu_{\perp||} \cdot I_{23-5} + (\sqrt{(2\mu_{\perp||})^2 \cdot I_{23-5}^2 + 4 \cdot \bar{R}_{\perp||}^2 \cdot (\tau_{31}^2 + \tau_{21}^2)}) / (2 \cdot \bar{R}_{\perp||}^3) \}^{0.5} = \sigma_{eq}^{\perp||} / \bar{R}_{\perp||}$

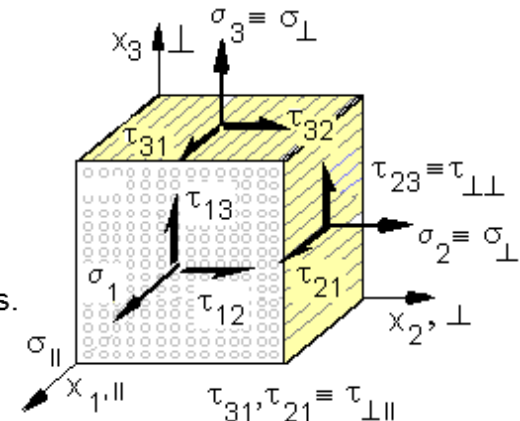
with $I_{23-5} = 2\sigma_2 \cdot \tau_{21}^2 + 2\sigma_3 \cdot \tau_{31}^2 + 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{21}$ [Cun04, Cun11]

Modes-Interaction $Eff^m = (Eff^{||\tau})^m + (Eff^{||\sigma})^m + (Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp||})^m$

with influence IFF on FF : $= 1 = 100\%$ is 'onset of failure'

with mode-interaction exponent $2.5 < m < 3$ from mapping test data

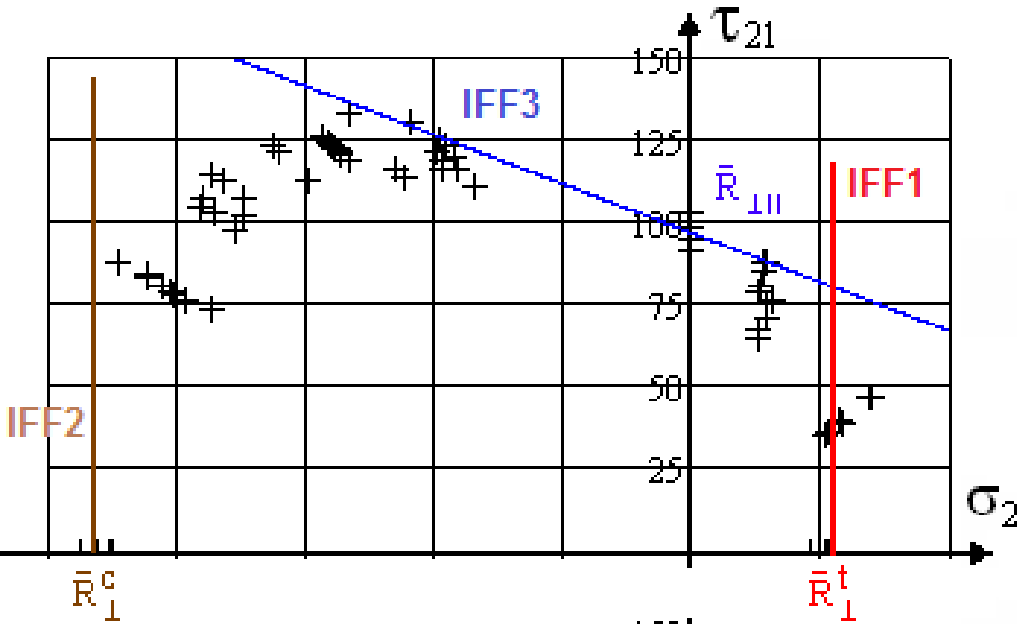
Typical friction value data range: $0.05 < \mu_{\perp||} < 0.3, \quad 0.05 < \mu_{\perp\perp} < 0.2$



Eff:= material stressing effort (Werkstoffanstrengung), *R*:= UD strength, σ_{eq} := equivalent stress.
Eff:= artificial word, fixed with QinetiQ in 2011, to have an equivalent English term.
 Poisson effect considered*: bi-axial compression strains a filament without any σ_1
 t:= tensile, c:= compression, || := parallel to fibre, ⊥ := transversal to fibre

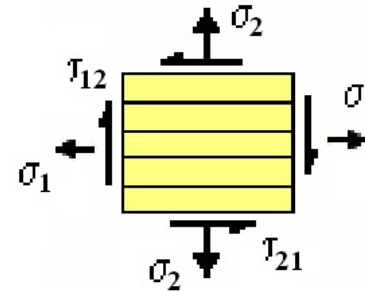
Interaktionsbeispiel: UD-Versagensmodi der Lamelle

$$\tau_{21}(\sigma_2), \bar{\sigma}_1 = 0$$



Mapping of course of IFF test data in a pure mode domain by the associated *Mode Failure Condition*.

3 IFF pure modes = straight lines !

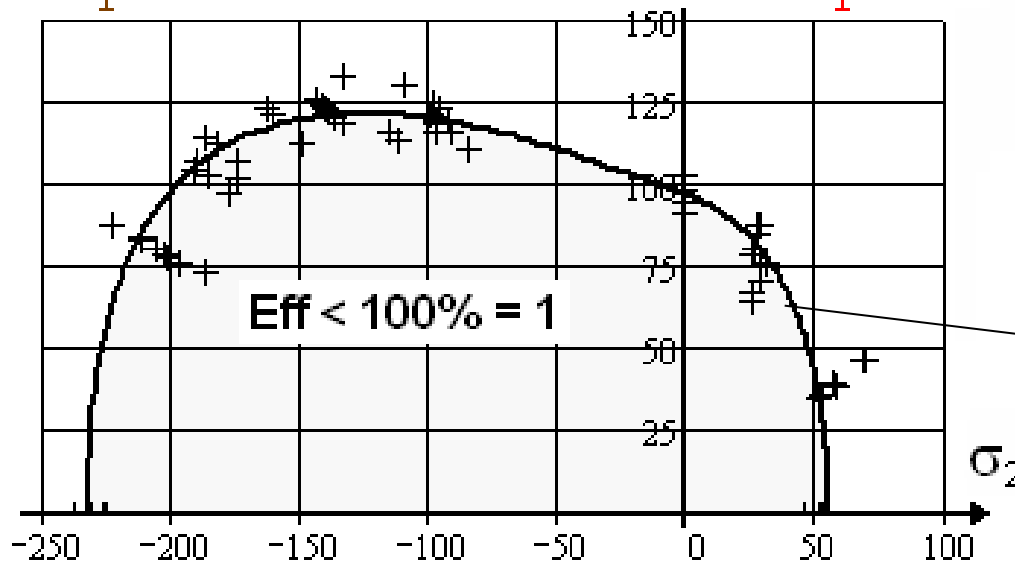


$$\text{IFF 1: } \frac{\sigma_2}{\bar{R}_\perp^t} = 1$$

$$\text{IFF 2: } \frac{-\sigma_2}{\bar{R}_\perp^c} = 1$$

IFF 3 (2D-simplified):

$$\frac{|\tau_{21}|}{\bar{R}_{\perp\parallel} - \mu_{\perp\parallel} \cdot \sigma_2} = 1$$



Mapping of course of test data by *Interaction Model*:

$$(Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m = 1$$

$$m = 2.5, \mu_{\perp\parallel} = 0.3$$

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 **Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)**
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

Nun Anwendungen der aufgestellten Festigkeitsbedingungen
 $F = 1$ oder $Eff = 100\%$
= mathematische Formulierung der Bruchkörper-Oberfläche

Was bedeutet der Begriff Bruchkörper? *Isotroper Werkstoff*

Bruchkörper: Menge aller Spannungskombinationen = Beanspruchungszustände, die gerade noch nicht zum Bruch führen.

Bruchkörper-Oberfläche: Fläche, auf der alle Bruch-Spannungskombinationen liegen. Sie wird mathematisch durch eine Bruch-Festigkeitsbedingung

$F(\underline{\sigma}, \underline{f} \text{ oder } R)$ beschrieben (f ist Festigkeit = R Resistance, Widerstand).

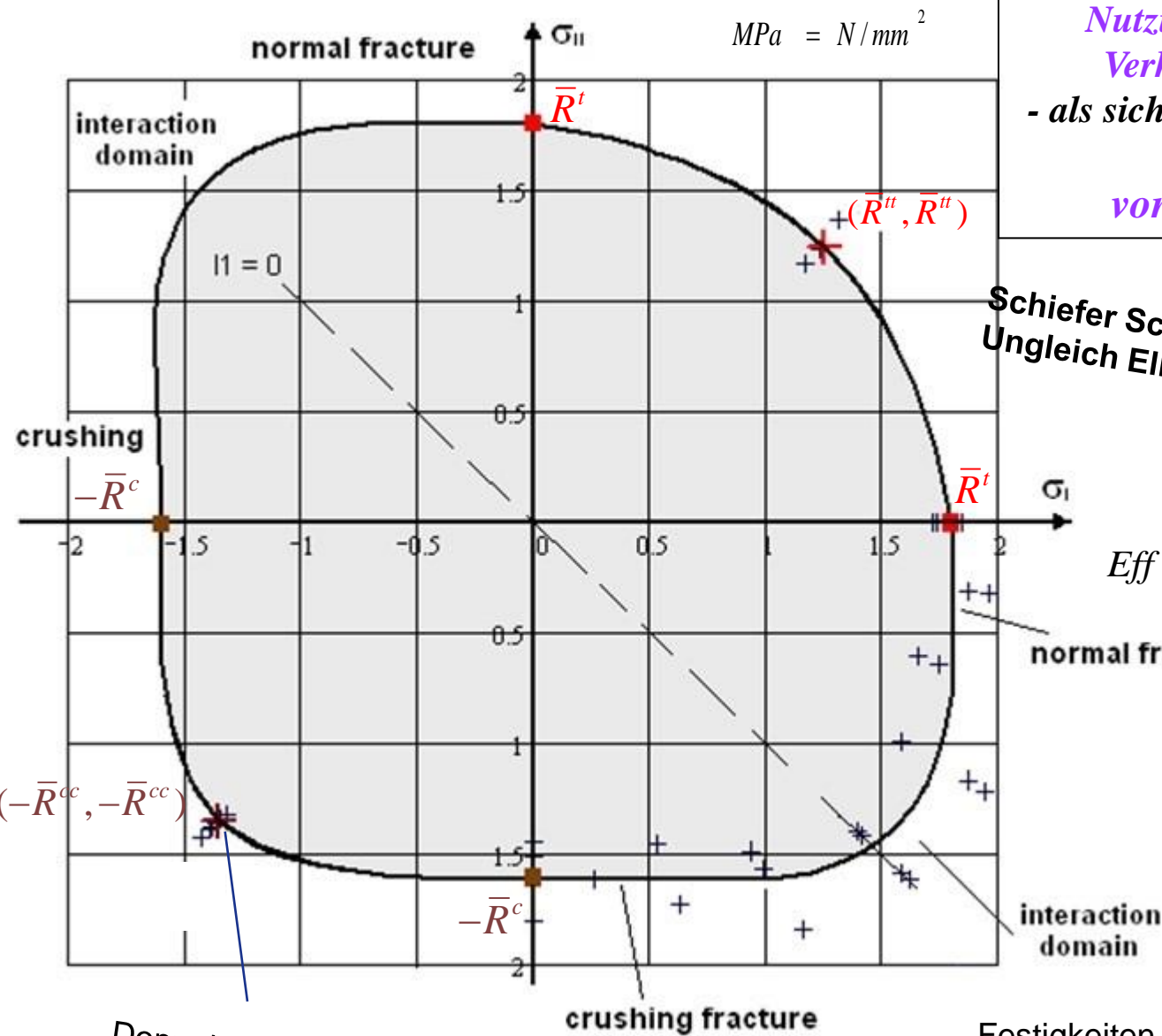
Trifft die Vektorspitze des anliegenden Beanspruchungszustands die Oberfläche, so ist der lastbezogene Reservefaktor $RF = 1$ oder die Werkstoffanstrengung $Eff = 100\%$ ($= 1$).

Für jeden 'Dimensionierenden Lastfall' mit seinen diversen Versagensmoden ist nachzuweisen, dass an den beanspruchungskritischen Stellen des Werkstoffs gilt:
Festigkeit > Beanspruchung bzw. $RF > 1$ oder $Eff < 100\%$.

Liegt die Spitze des den Spannungszustand beschreibenden Vektors $\underline{\sigma}$, gebildet aus den 3 Hauptspannungen, noch innerhalb des Bruchkörpers, so liegt noch eine Reserve vor und die Belastung kann noch um den sog. Reservefaktor RF gesteigert werden bis schließlich Bruch eintritt.

Hat der Werkstoff Fließvermögen, so wird die mit der Belastung sich vergrößernde Fließoberfläche schließlich durch die Bruchoberfläche begrenzt !

2D-Testdaten Rohacell Schaum: Abbildung in Hauptspannungsebene (spröd porös)



Nutzung der Analogie des Bruch-Verhaltens von Rohacell 71 IG - als sich ähnlich verhaltendes Material - zur Vorhersage von Ytong, Poren'beton'

$$v = 0$$

Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper. Ungleich Ellipse beim Mises-Fließkörper!

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{CrF})^m]^{m^{-1}} = 1$$

$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

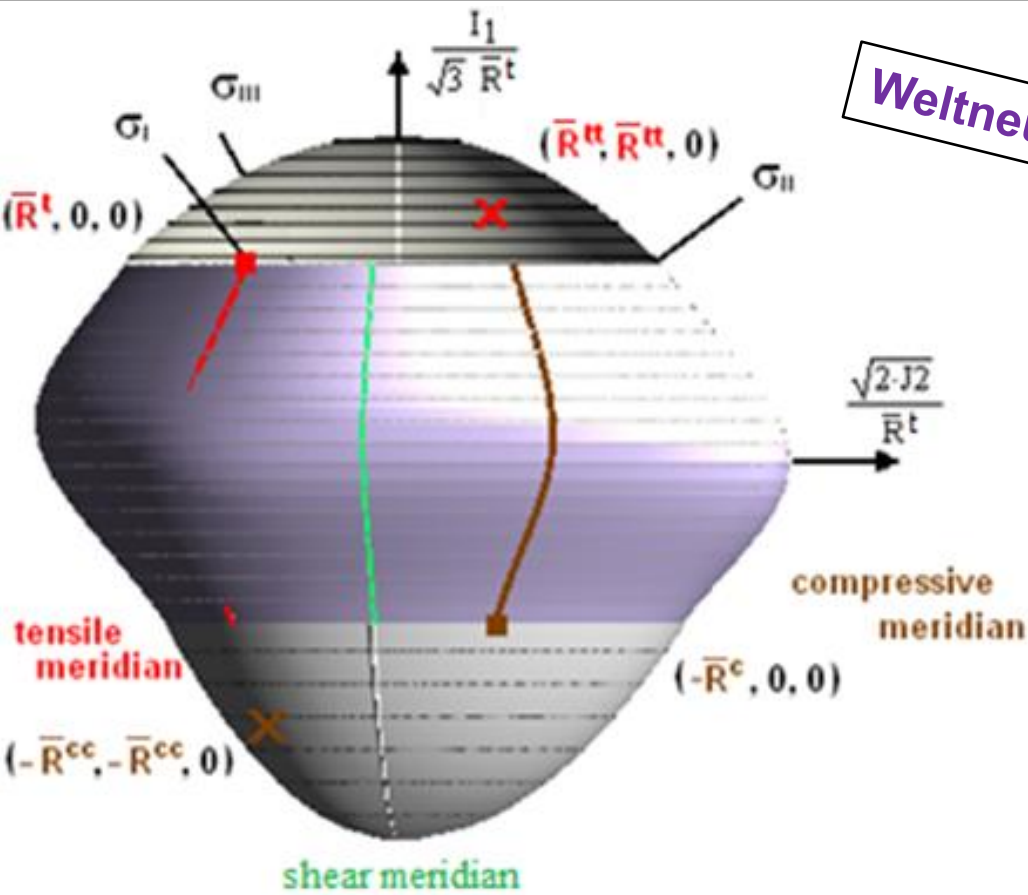
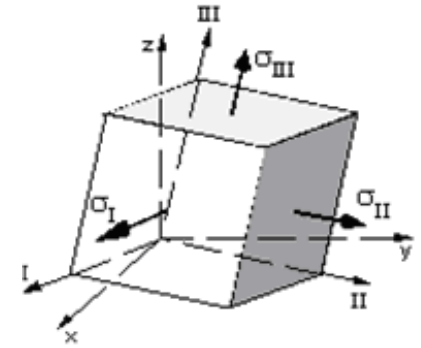
$$Eff^{CrF} = c_{CrF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{CrF}) - I_1^2 / 3} - I_1}{2 \cdot \bar{R}_c}$$

[Testdaten Courtesy: 'BF-Darmstadt DKI, Dr. Kolupaev]

Doppel-Bruchmodus! Erfassung durch $\Theta(J_3)$

2D-Testdaten in der Hauptspannungsebene sind durch den 2D-reduzierten 3D-Ansatz abzubilden (Mappen). Die 3D-Bruchoberfläche bringt dann der 3D-Ansatz

Weltneue Darstellung



tensile meridian: $\sigma_I > \sigma_{II} = \sigma_{III}$

mathematisch

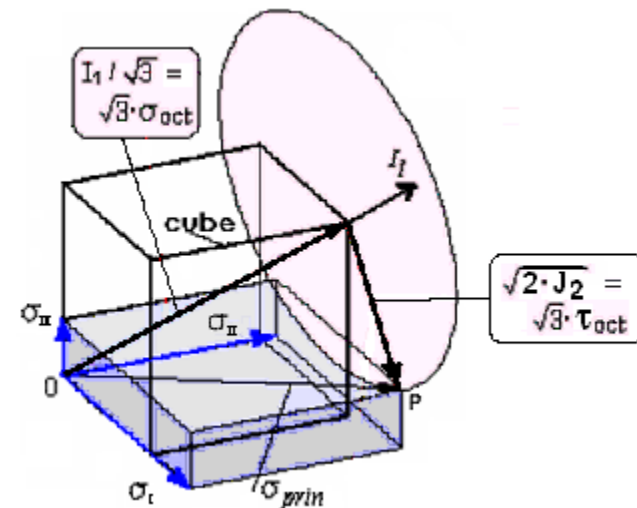
compressive meridian: $\sigma_I < \sigma_{II} = \sigma_{III}$

Visualisierung der Lode- (Haigh-Westergaard) Koordinaten

Man kann die 3 Achsen austauschen wegen der 120°-Symmetrie isotroper Körper !

Schubmeridian ist hier COS-Ursprung: $\Theta = \sqrt[3]{1 + d \cdot \sin(3\theta)}$

Lode angle, here set as $\sin(3 \cdot \vartheta)$, with 'neutral' shear meridian angle 0°; tensile meridian angle 30°; compressive meridian angle -30°

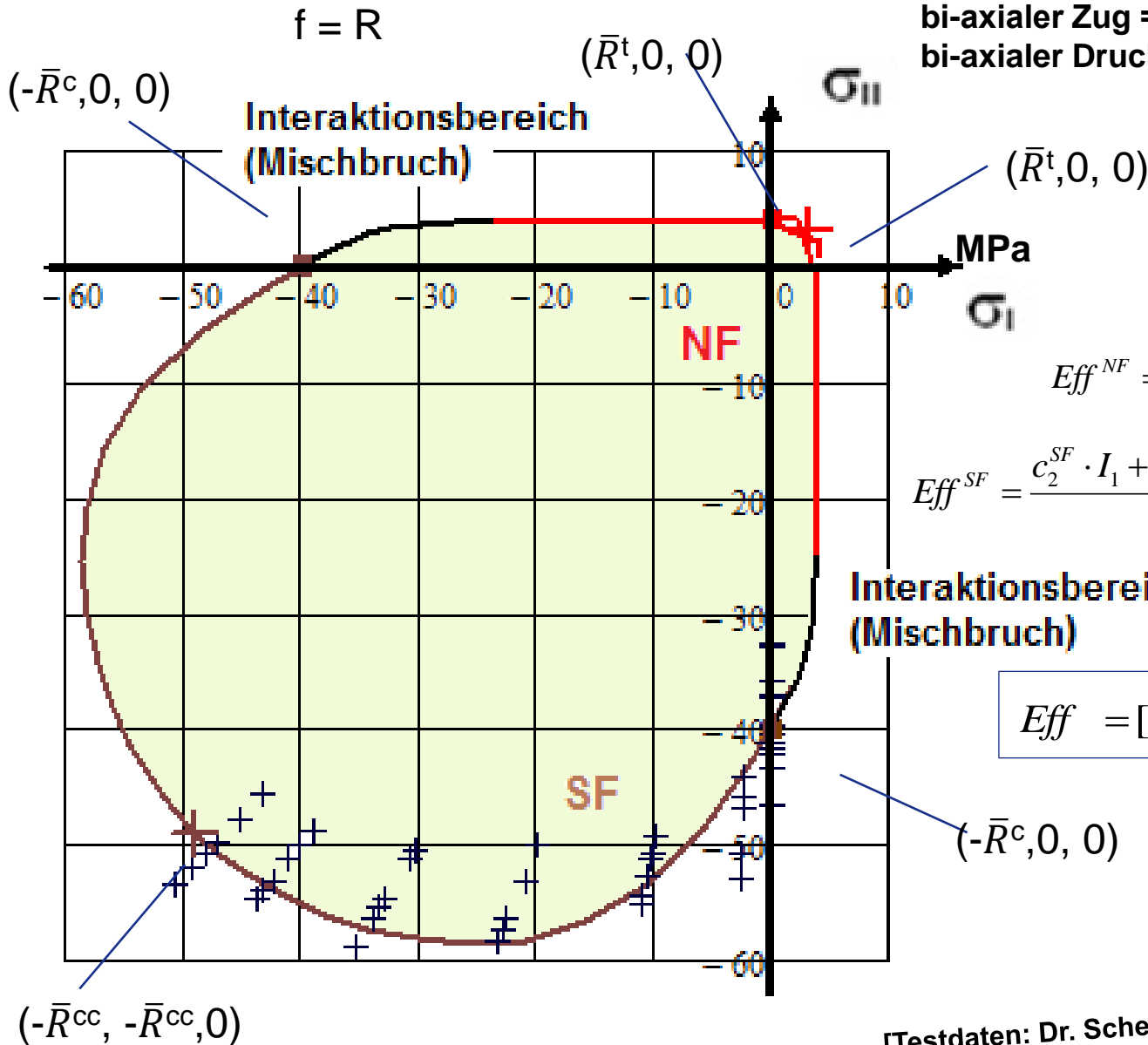


- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton**
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

Normalbeton: Abbildung der 2D-Testdaten in Hauptspannungsebene,

$$\sigma_{II}(\sigma_I)$$

Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper (Vergleiche die 'Mises'-Ellipse!)



bi-axialer Zug = 'schwächstes Glied'-Versagen
 bi-axialer Druck = redundantes Versagen (Stützwirkung)

$$v = 0.2$$

etwas elastisch
 kompressibel

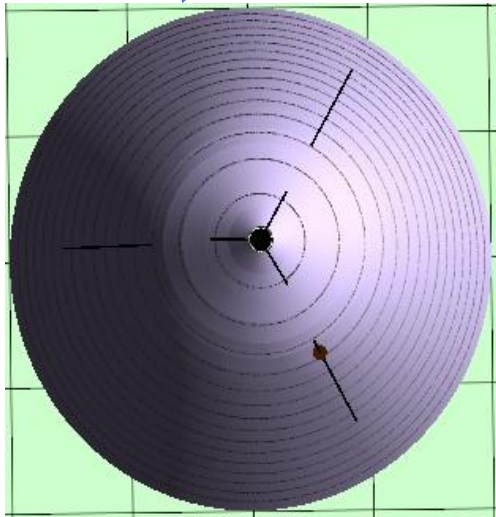
$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{SF} = \frac{c_2^{SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_2^{SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_1^{SF} \cdot 3J_2 \cdot (\Theta_{SF})}}{2 \cdot \bar{R}^c}$$

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{SF})^m]^{m^{-1}} = 1$$

Bruchkörper Normalbeton

'1-fach' Bruchkörper versus
'3-fach' Bruchkörper



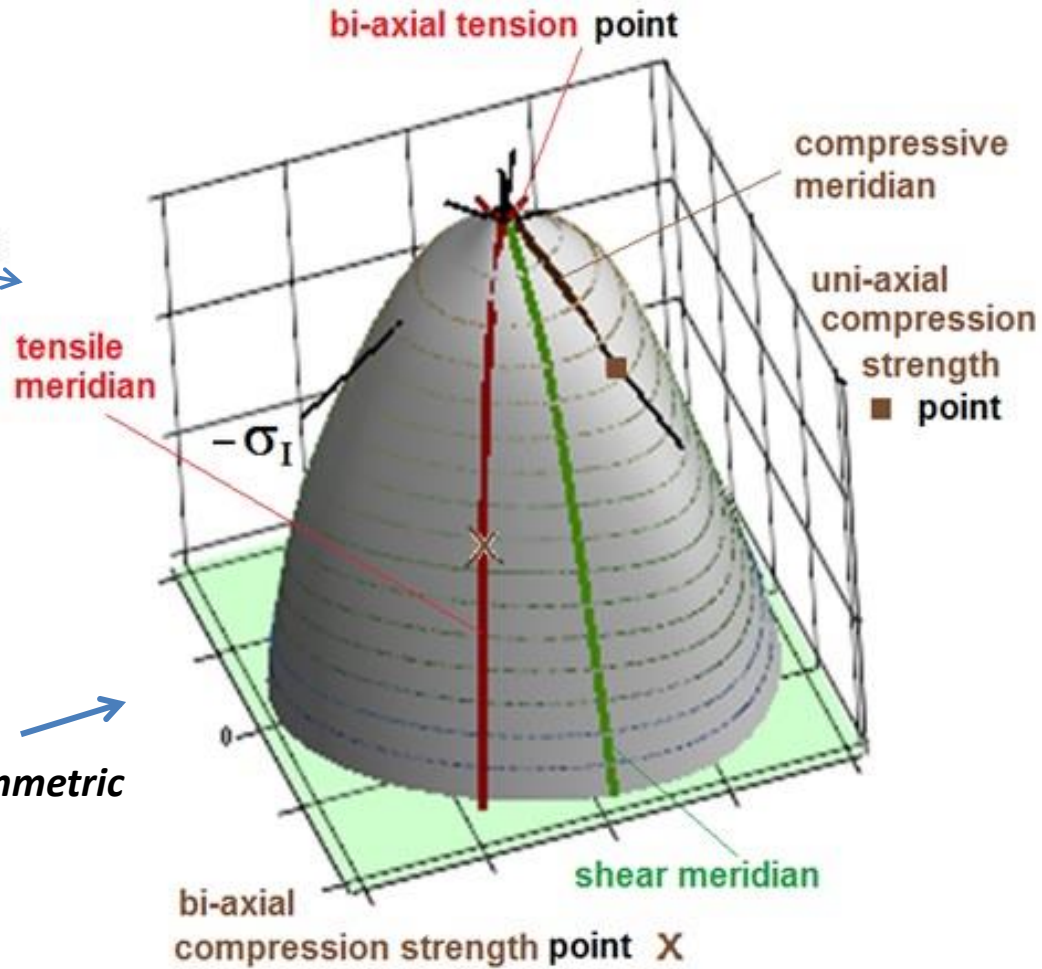
**rotationssymmetrisch !
Ohne Dellen, Beulen**

$$Eff^{NF} = \frac{\sqrt{4J_2 \cdot 1 - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{SF} = \frac{c_2^{SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_2^{SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_1^{SF} \cdot 3J_2 \cdot 1}}{2 \cdot \bar{R}^c}$$

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{SF})^m]^{m^{-1}} = 1$$

120°-symmetric



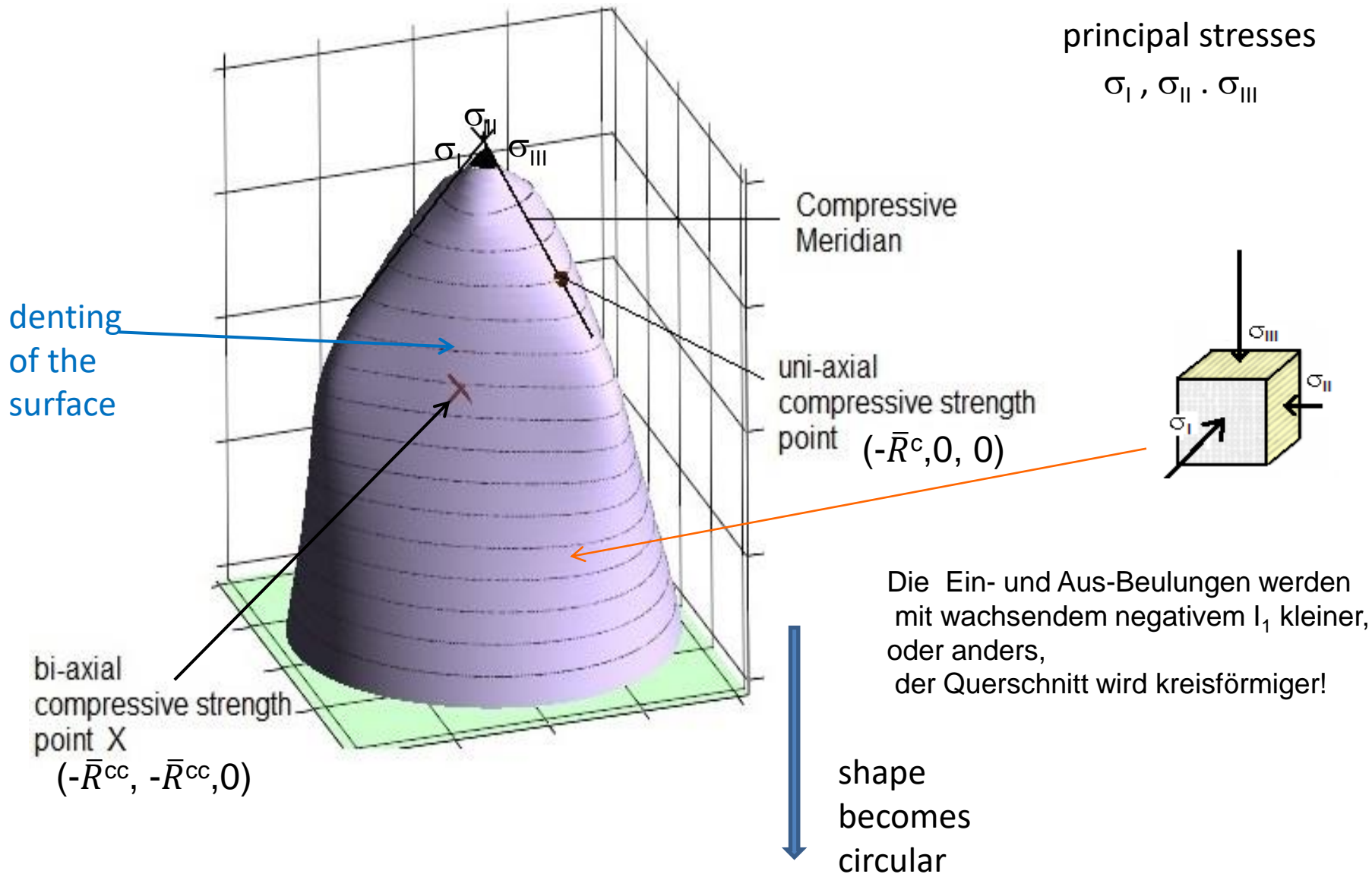
$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{SF} = \frac{c_2^{SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_2^{SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_1^{SF} \cdot 3J_2 \cdot (\Theta_{SF})}}{2 \cdot \bar{R}^c}$$

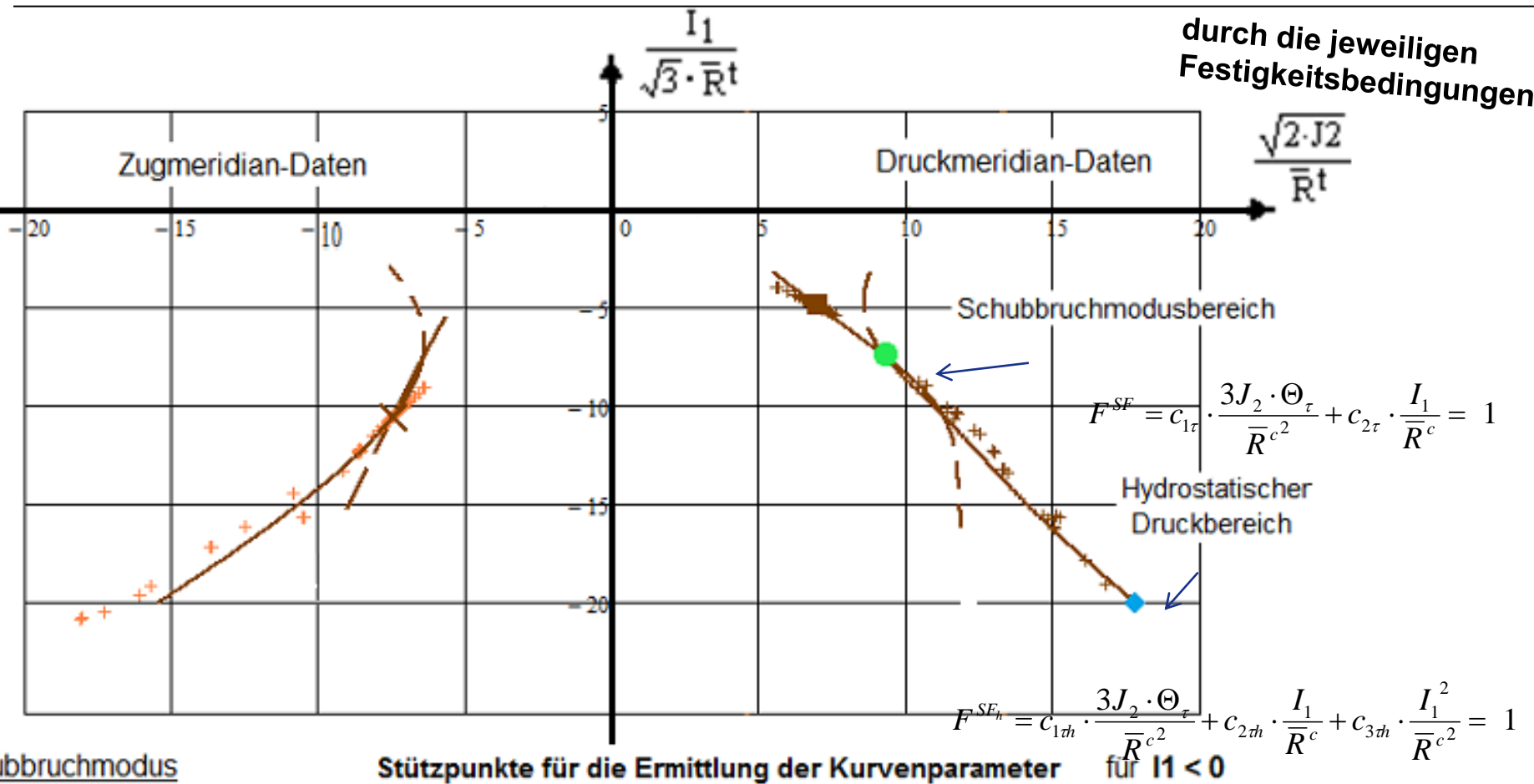
- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)**
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

**3D-Testdaten sind durch den 3D-Ansatz abzubilden.
Bruchkurven der Meridiane und in der Hauptspannungsebene werden durch den
reduzierten, 3D-valisierte n 3D-Ansatz abgebildet (Mappen)**

Ultra-High-Performance-Concrete (UHPC) Bruchkörper



GÜTE-CHECK: 3D-Ansatz durch Zugmeridian- + Druckmeridian-Daten



Schubbruchmodus

Ermittlung von

Druckfestigkeitspunkt ■ und Punkt ●: Großparameter $c_{1\tau}$ und Reibungs-Parameter (Formparameter) $c_{2\tau}$

Druckfestigkeitspunkt und bi-axialer Festigkeitspunkt X : Nicht-Koaxialitäts-Parameter Θ_τ

Hydrostatischer Druckmodus

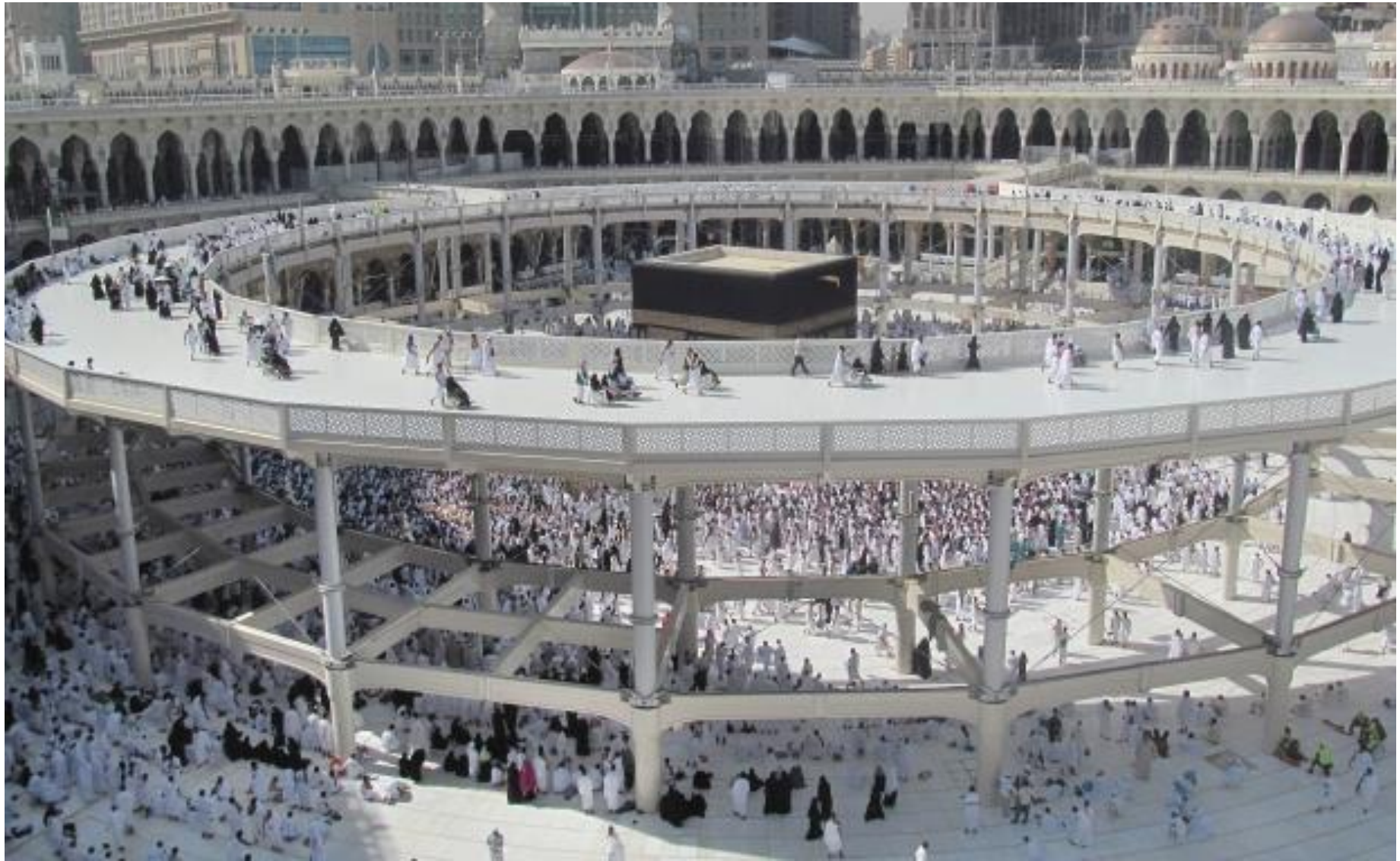
Ermittlung von hydrostatischem Druckeffekt-Parameter $c_{3\tau}$

vorläufiger Ansatz in Verwendung der Punkte X ● ◆

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)**
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

3D-UD-Bruchmodell : *wichtig für*
* CFK-Konstruktionen
* vorgespannte Lamelle im Einspannbereich

UD-Werkstoff wie Lamelle



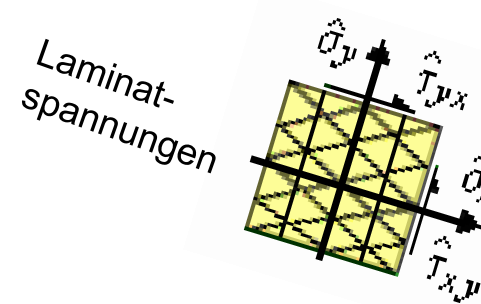
Mekka, **CFK**-Pilgerwegkonstruktion um die Kaaba. Inner - Φ 80 m, 400 t CFRP
[Premier Composite Technologie PCT, Dubai, VancouverSun.com]



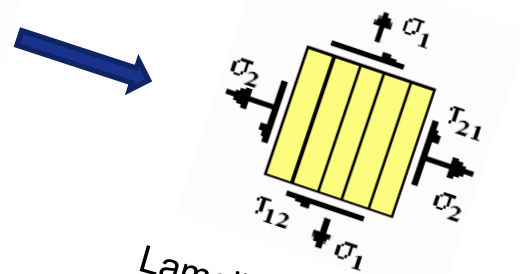
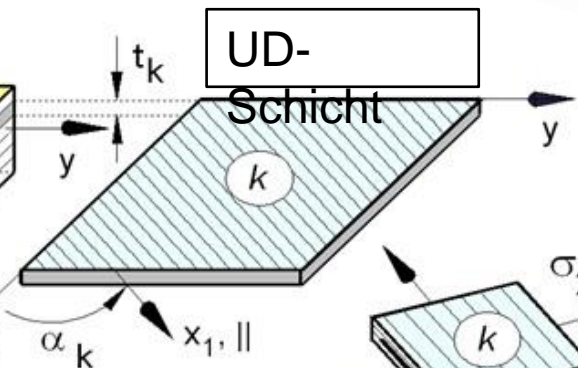
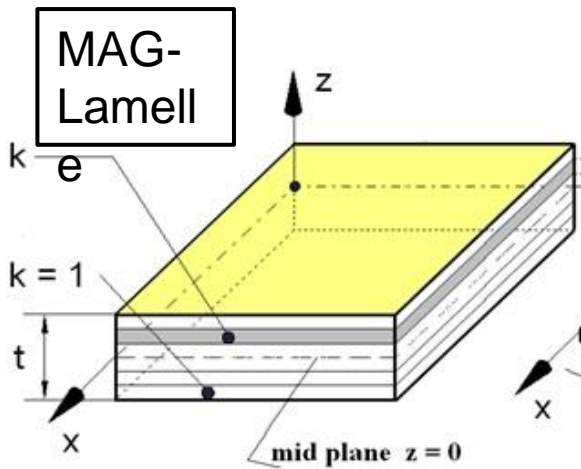
Beanspruchungszustände in einer Lamelle:

- 2D: Längszug + Querzug, Querdruck zur Faserrichtung und Schub bei Querkraftverstärkung, s. u.
- In Dickenrichtung Druck in der Endverankerung

Endverankerungssystem
Sto S&P CFK-Lamellen



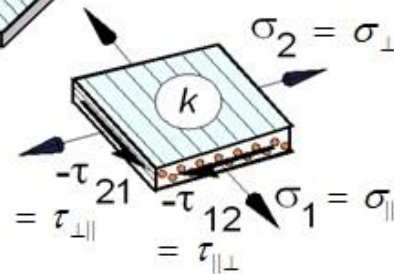
Falls Lamelle aus
Multi-Axial-Gelege (MAG)
[0/45/-45/90]



Lamelle (Einzelschicht)
Festigkeitsbewertung

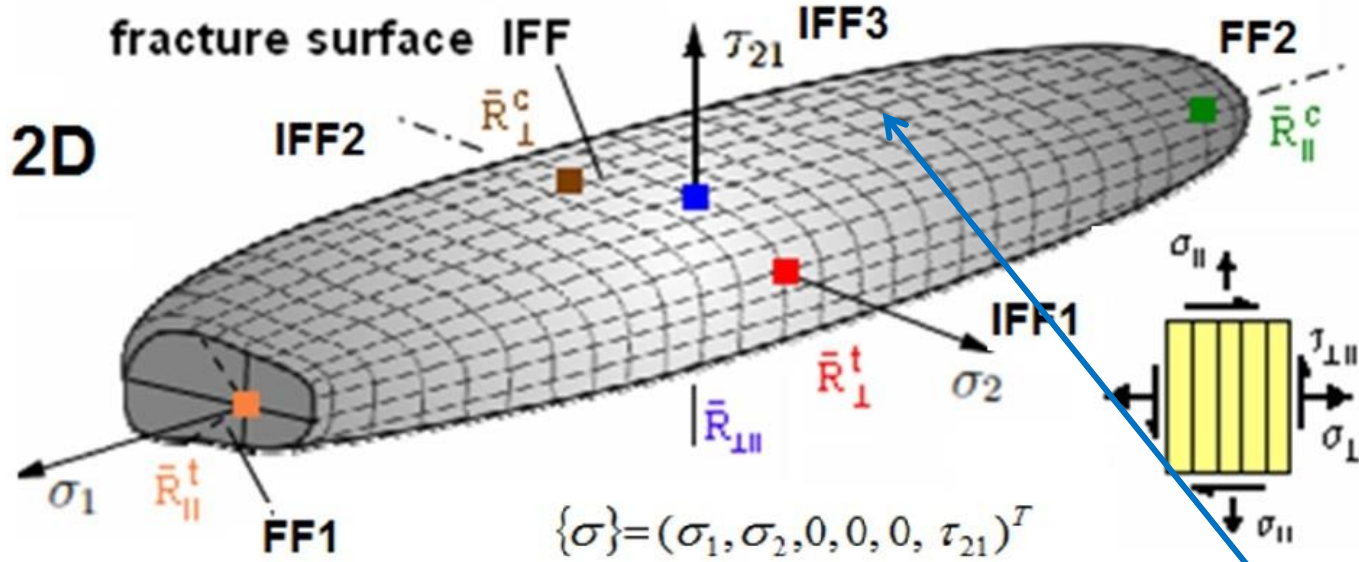
2D Stress state: lamina stresses

$$\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0, \tau_{23} = 0, \tau_{31} = 0, \tau_{21})^T$$



2D- und 3D-Bruchkörper der UD-Lamelle,

$$\{\bar{R}\} = (\bar{R}_{\parallel}^t, \bar{R}_{\parallel}^c, \bar{R}_{\perp}^t, \bar{R}_{\perp}^c, \bar{R}_{\perp\parallel})^T$$

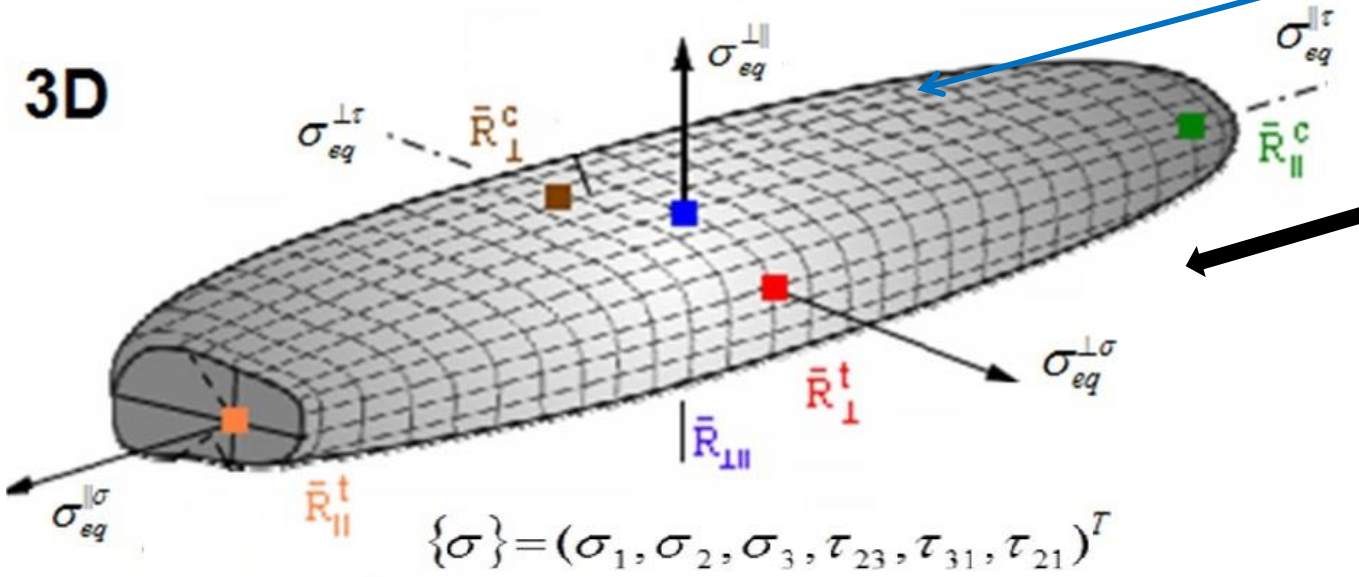


$$\nu_{\perp\perp} = 0.4,$$

$$\nu_{\perp\parallel} = 0.3,$$

$$\mu_{\perp\perp} \approx 0.4,$$

$$\mu_{\perp\parallel} = 0.2$$



nach Ersetzen von σ durch σ_{eq}^{mode}

Bruchkörper = Oberfläche aller Bruchversagens-Spannungszustände

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 **Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle**

Nachdem in der letzten Zeit häufig über Ermüdung beim Carbonbeton gesprochen wurde, möchte ich zusätzlich noch sehr kurz meine Modellierungsidee für Beton und Lamelle vorstellen.

Zyklische Festigkeit von Beto und Lamelle,Faserstränge

- **Lamelle und Faserstrang:** *Erfahrung mit gerade liegenden, gestreckten Fasern*

Ingenieurpraktischer Ansatz: Static Design Limit Strain $\varepsilon < 0.3\%$,

bedeutet praktisch: vernachlässigbares Matrix-Mikrorißbildung

Lange Design Erfahrung bewies: Keine Ermüdungsgefahr vorhanden

- **Beton:**

✓ **Es gibt Methoden für die (statisch) Dauerstandfestigkeit > 50 Jahre.**

➤ **Bezüglich (zyklischer) Dauer(schwing)festigkeit oder Lebensdauer ist mir wenig Verbindliches bekannt.**

Was wird benötigt für den Lebensdauernachweis?

- Bruchtyp-bezogenes Beanspruchungskollektiv
- Verfahren zur Quantifizierung der Schädigungsportionen während des Ermüdungsprozesses
- Linien konstanter Lebensdauer (CFL-curve **$N=const$**) aus Haigh-Diagramm.
Das Haigh-Diagramm beinhaltet alle Wöhlerkurven $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$
- Schädigungs-Akkumulationshypothese (Relativ-Miner)

**Eine automatische Ermittlung
der gekrümmten Linien konstanter Lebensdauer
 $N = const$
auf Basis weniger teurer Wöhlerkurven
war mein, nun erreichtes Haupt-Ziel!**

$R = \underline{Resistance}$ (Festigkeit), aber auch $R = \underline{Ratio}$ $\sigma_{min} / \sigma_{max}$

Ermüdungs-Schädigungstreiber Duktiler und Spröder Werkstoffe

- **Duktil** : isotrope metallische Werkstoffe

1 Schädigungsmechanismus agiert (Gleitebenenband-Fließen).

Derselbe Schädigungstreiber unter zyklischen Zug-, Schub- und Druckspannungen

- **Spröd** : isotrope Werkstoffe wie Beton

2 Schädigungsmechanismen agieren

= 2 Bruchversagensmoden, Bruchtypen Normalbruch (Normal Fracture)

NF, Schubbruch SF (Shear Fracture) unter Druck

- **Bspöd** : UD- Werkstoffe wie transversal-isotrope (anisotrop) Lamelle

5 Schädigungsmechanismen agieren

= 5 Bruchversagensmoden

ANNAHME: Bestimmung der zyklisch akkumulierenden Schädigungen

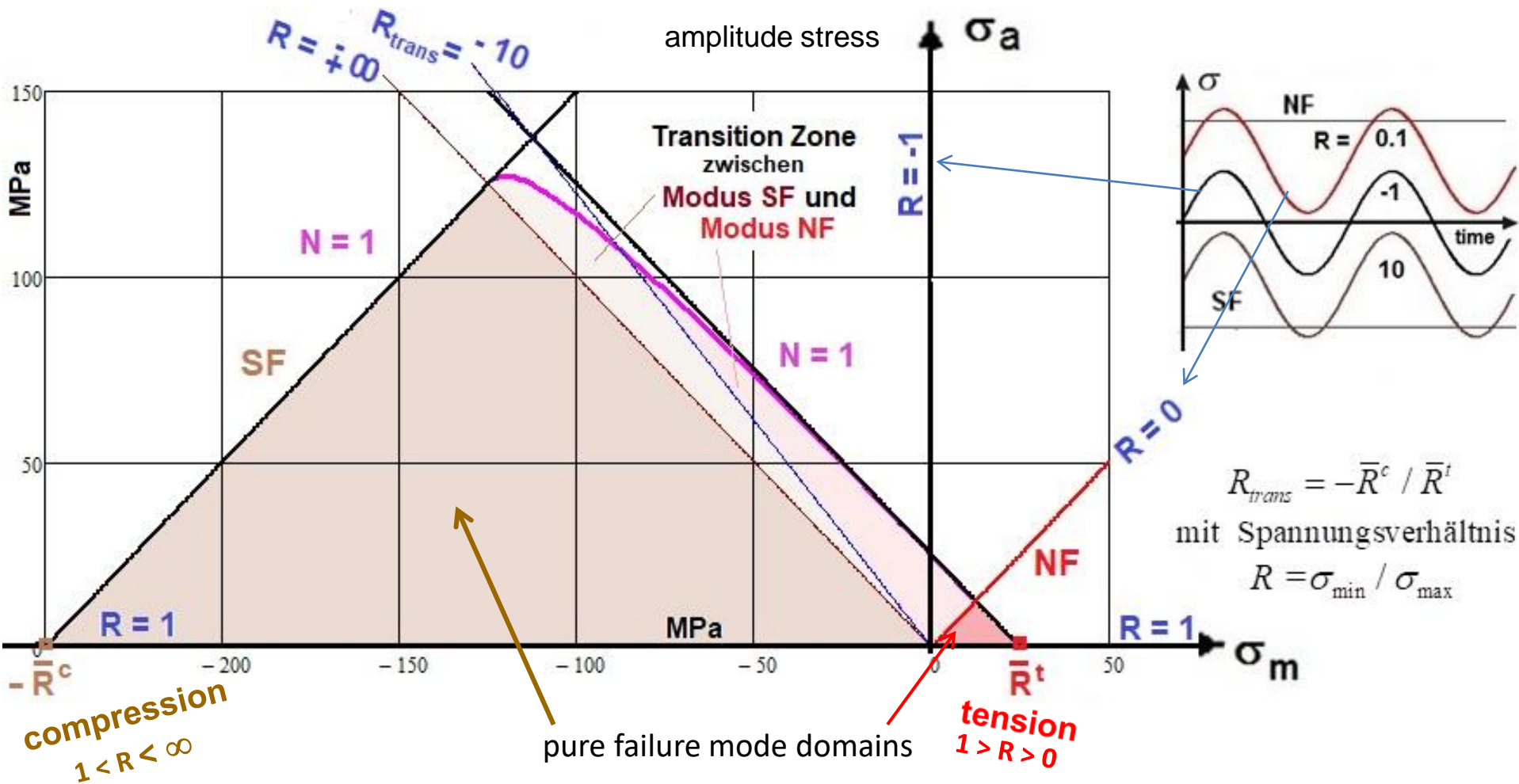
“Wenn der Versagensmechanismus (Modus) derselbe bleibt
wie im statischen Fall, *dann*

- sind die Schädigung-treibenden Ermüdungsparameter dieselben und
- die Anwendung statischer Festigkeitsbedingungen auf die Quantifizierung der Schädigungs-Portionen ist erlaubt !“

*s.a. [Cuntze. R: 8.9.2019 auf Carbon Connected]
Novel Fatigue Lifetime Prediction for Brittle Materials by using
Strength Failure Mode-linked Modeling of Loading,
a Mode-linked Basic (master) S-N Curve,
the Application of a Strength Mode-linked variation of Kawai's 'Modified Fatigue Strength Ratio'
for estimating further S-N curves*

„Novel Fatigue Lifetime Prediction for Brittle Materials - Prof. Cuntze“ ist auf CC hochgeladen auf
<https://www.carbon-connected.de/Group/CCeV.Fachinformationen/Dokumente/Documents/Index/10381>

SCHEMA: Haigh-Diagramm eines Spröden Isotropen Werkstoffs wie Beton



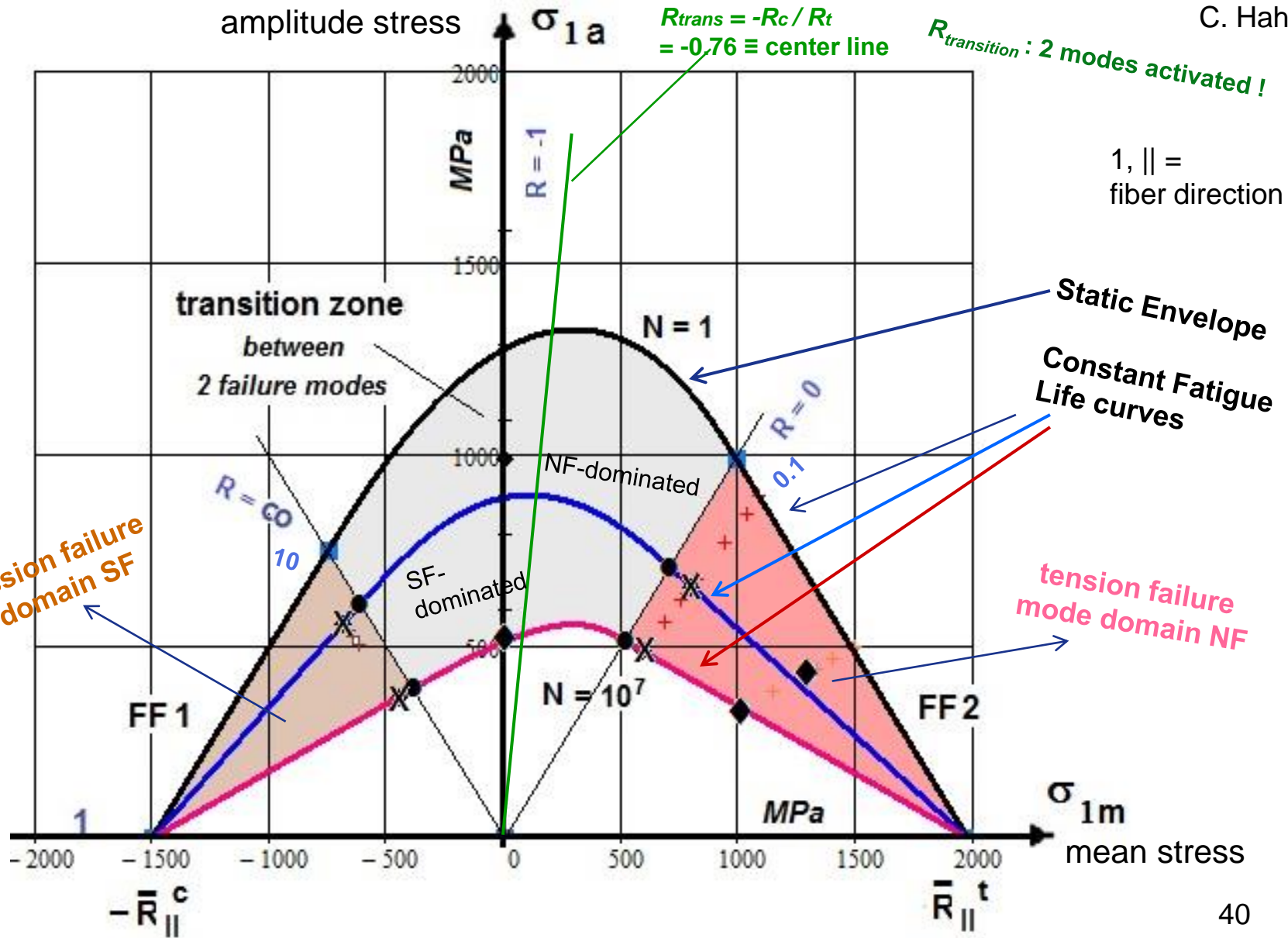
NF = Normal Fracture, **SF** = Shear Fracture, **N** = fracture cycle number

Im Negativbereich liegen die reinen schubbruchbestimmten Kurven, im Positivbereich die normalbruchbestimmten. Die Übergangszone hat einen mehr NF- und einen mehr SF-bestimmten Einfluß- oder Interaktions-Bereich. Beide werden durch R_{trans} getrennt. 38

Faserbruch UD-Haigh-Diagramm FF1- FF2

≡ *Lamelle!*

[test data
C. Hahne]



1, || =
fiber direction

$R_{transition}$: 2 modes activated!

compression failure
mode domain SF

tension failure
mode domain NF

NF = Normal Fracture, SF = Shear Fracture, N = fracture cycle number, CFL = Constant Fatigue Life

**“ Scientists would rather use
someone else's toothbrush
than someone else's terminology! “**

... or theory

[Nobel laureate Murray Gell-Mann]