

CCeV-Thementag , Weimar, 22.Oktober 2019, 25 + 5 min

“Vom Werkstoff bis zur Zulassung von Bauteilen aus Polymermatrix und Betonmatrix”  
beim Institut für Angewandte Bauforschung Weimar gGmbH, Über der Nonnenwiese 1

## Festigkeitsmodellierung der Baustoffe Beton und Lamelle

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel, ähnlich Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

Prof. Dr.-Ing. habil. Ralf Cuntze VDI, Baustatiker, [Ralf\\_Cuntze@t-online.de](mailto:Ralf_Cuntze@t-online.de)

INGENIEUR & HOBBY-WERKSTOFFMODELLIERER

*Früher: MAN-Technologie AG, Augsburg, seit 1970 im Faserverbundgeschäft.*

*Jetzt: verbunden mit Carbon Composite e.V. (CCeV), Augsburg.*

*Im Vorstand der Fachabteilung CC Bau*

*Leiter der Arbeitsgruppen "Engineering" (Maschinenbau) + "Bemessung und Nachweis",  
so wie kommissarisch der AG "Automatisierte Fertigung im Bauwesen".*

**Alle Forschungsergebnisse wurden ohne Fördermittel erzielt.**

## **Cuntzes** (testvalidiertes) **Versagensmodus-Konzept** (Failure-Mode-Concept FMC)

In diesem Vortrag wird aufgrund der Kürze der Zeit 'nur' eingegangen auf :

- ✓ die dem Konzept unterliegenden neuen Ideen für eine Modellierung und
  - ✓ die Modell-Validierung anhand vorhandener 2D- und 3D-Testdaten.
- "Formeln" werden nicht diskutiert, nur angegeben.

**Gute Bemessung und Nachweis,  
dass eine Festigkeits-Grenze noch nicht erreicht ist  
verlangt die Anwendung  
validierter Festigkeitsbedingungen.**

**Dazu gehören**

**Fließbedingungen für nicht-lineare Analyse und  
Fließgrenzennachweis (duktilen Verhalten)**

sowie

**Bedingungen für den Bruchbeginn-Nachweis (sprödes Verhalten)**

**= Festigkeitsbedingungen  $F = 1$  für Bruch oder die**

**= Werkstoffanstrengung  $Eff = 100\%$  bei Bruch .**

## **Es gibt Einiges zu tun,**

schon aufgrund der unterschiedlichen isotropen Arten wie:  
***sehr poröser Hebel-Baustein (Ytong), Normalbeton, UHPC;***

***dazu zur Stahlbetonertüchtigung die CFK-Lamellen.***

**Vortrag betrifft i.W. Festigkeitsbedingungen für  
obige, sich spröd verhaltende Werkstoffe im Bauwesen.**

Es wird damit der Grenzzustand der Tragfähigkeit GZT angesprochen.

- Das Wissen um die Bruchkörper-Oberfläche ist für das mehrachsige Festigkeitsverständnis sehr hilfreich. Man benötigt Festigkeitsmodelle für Bruchbeginn hierzu.

## Es gibt viele Bruch-Festigkeitsmodelle (*sprödes Verhalten*)

- Doch welche soll man für isotropen Beton nehmen?

Gibt es Nachteile bei den bekannten Betonmatrix-Modellen wie Ottosen, Drucker-Prager, Willem-Warnke, Dresdener Modelle ?

Wie weit sind diese Modelle aber räumlich durch 3D-Tests validiert?

- \* Wie festigkeits-bewertet man anisotrope CFK-Lamellen, wenn diese auch quer zur Faserrichtung beansprucht werden (Querkraft, Verankerungsbereich) ?

*... und weiter:  
Was soll ich nehmen?  
Was **statisch** und  
was **zyklisch** ?*



# Sollten wir nicht „Festigkeit mehr 3D-denken“ bei solchen Test-Ergebnissen?

1. (1D-)Festigkeitswert  $f$  ( $= R$ )  $\equiv$  1D-Bruchspannung: Wert ist Ergebnis aus einachsigen Versuchen mit sog. ‘freien‘ Probekörpern (‘isolated‘ test specimens) mit der Versagensart ‘Schwächstes Glied-Versagen‘ mit  $Eff = 100\%$
2. “3D-Festigkeitswerte“ im Druckbereich: Wert ist Ergebnis der räuml. Versagensart ‘Redundantes Versagen‘, Stützwirkung liegt vor, anderes Versagens-Verhalten.

Beispiel UHPC: wichtig z. B. für umfangsarmierte Betonstütze

$$\sigma_{bruch} = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})_{bruch}^T : \underbrace{(-160, 0, 0)^T}_{1D} \Rightarrow \underbrace{(-230, -6, -6)^T}_{3D}$$

Der **Festigkeitswert**, als einachsige Bruchspannung definiert, **wird nicht größer, sondern die maximal mögliche Anstrengung bei diesem 3D-Beanspruchungszustand bleibt bei  $Eff = 100\%$  stehen!**

Sowohl der (1D-)Festigkeitswert als auch der 3D-Bruchspannungswert liegen auf der Oberfläche des Bruchkörpers, welcher als diejenige Fläche definiert ist, auf dem alle 1D-, 2D- und 3D-Bruchspannungsvektoren liegen .

- 1 Einführung
- 2 **Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - *Basis von Festigkeitsbedingungen***
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel, ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

# Da war eine große Motivation für eine neue Vorgehensweise\* ?

Drucker-Prager, Ottosen, Willam-Warnke, Tsai u.a.

$R \equiv f$

... verheiraten mathematisch alle Bruchmoden im Ansatz.

*Nachteil:* falls ein Festigkeitswert zu ändern ist, dann trifft es den ganzen Bruchkörper, wobei Teile des Bruchkörpers un-konservativ werden können, falls man den Verlauf aller Testdaten nicht wieder neu abbildet.

**1 Globale Festigkeitsbedingung** :  $F(\{\sigma\}, \{R\}) = 1$  (übliche Formulierung)

**Satz von Modalen Festigkeitsbed.** :  $F(\{\sigma\}, R^{mode}) = 1$  (hier gewählt)

Mises, Cuntze, Puck

Beton, isotrop:  $\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy})^T = (\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})^T$

Lamelle, anisotrop:  $\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{21})^T$

Interaktion notwendig

Modale Festigkeitsbedingungen: betrachten alle Modi getrennt

*Nachteil* (klein) : bedingt dann natürlich eine Interaktion aller Modi Normalbruch mit Schubbruch.

*Vorteil*

: \* Festigkeitswert-Änderung betrifft nur einen Modus NF oder SF,

\* physikalisch besser formulierbar,

\* Vergleichsspannung  $\sigma_{eq}$  und Werkstoffanstrengung  $Eff$  sind für jeden Modus Normalbruch NF, Schubbruch SF erhältlich.

\* 'geboren' nach Gesprächen mit Rüdiger Rackwitz, IfM, TU-München

The characterizing terms Global and Modal were created by the author



- Jeder Versagensmodus repräsentiert 1 unabhängigen Versagensmechanismus  
*und dabei 1 Teilstück der kompletten Bruchkörper-Oberfläche*
- Jeder Versagensmechanismus wird von 1 Festigkeit 'dominiert' (*versuchsbelegt*)
- Jeder Versagensmodus kann durch 1 Bruch(beginn)bedingung dargestellt werden

*Daher können Vergleichsspannungen für isotrope und anisotrope Werkstoffe*

*für jeden Modus bestimmt werden !!*

*Dies ist von Vorteil für den dimensionierenden Ingenieur, weil er weiß, in welchem Modus er die "Design-Schraube" drehen muss.*

*Dies ist ferner ferner zyklisch von Vorteil für die Ermittlung von Wöhlerkurven und Haigh-Diagramm, um mit möglichst wenig Testaufwand auszukommen.*

# Was war meine zweite Motivation für die Untersuchungen?

---

*Die erlebte Erfahrung :*

**Man soll nicht auf den Werkstoff schauen sondern auf das Werkstoff-Verhalten.**

Damit ist es möglich, die mathematische Beschreibung der Form eines Bruchkörper-Modells von einem sich ähnlich verhaltenden, bereits *mehr-achsig* test-erprobten Werkstoffes, zu übernehmen.

Beispiel hier : voll poröser Hebel-Baustein (Ytong) ähnlich porösem Schaum.



**Ist das Modell, d.h. die Form, des Bruchkörpers nämlich bekannt, so ist die Größe des Bruchkörpers eines sich ähnlich verhaltenden Werkstoffs**

- **für die Tragfähigkeitsbemessung mit diesem neuen Werkstoff – nur noch mit dessen einfach zu messenden (*ein-achsigen*) Festigkeiten festzulegen.**

# ... und eine dritte Motivation ? Bildung von Vergleichsspannungen

Hilfreich für den Ingenieur ist die Bereitstellung von *Vergleichsspannungen* mit Nutzung der **Werkstoffanstrengung Eff**

**Anstrengung im aktivierten Versagensmodus**

$$Eff^{mode} = \sigma_{eq}^{mode} / \bar{R}^{mode} \quad \leftarrow \text{analog}$$

$$Eff^{Mises} = \sigma_{eq}^{Mises} / \bar{R}_{p0.2}$$

$\sqrt{3 \cdot J_2}$

**Gesamtanstrengung aus allen aktivierten Versagensmoden**

$$Eff = \sqrt[m]{(Eff^{mode 1})^m + (Eff^{mode 2})^m + \dots}$$

Interaktion der Versagensmoden mit dem Modell "Serienversagens-System"

= 'Akkumulation' der Anstrengungen  $\equiv$  Summe der Bruchgefahranteile

---

Anmerkung zur Indizierung:

außerhalb des Betonwerkstoffs allgemein : mittlere Druckfestigkeit (Resistance R, compressive c,  $\bar{\quad}$  statistisches Mittel)

$$f_{cm} \equiv \bar{R}^c \quad f \equiv R \text{ (resistance) zu nehmen fürs 'Mapping' der Testdaten}$$

Im Betonbauwesen: Concrete c, Mittelwert m. "Beton hat ja keine Zugfestigkeit"

# Meine Definition einer “ Vergleichsspannung $\sigma_{eq}$ “

---

Zwei Aspekte:

(1) Der Vergleichsspannungswert  $\sigma_{eq}$  beinhaltet die gemeinsame Wirkung =  
Werkstoffanstrengung eines mehrachsigen Spannungszustands,  
der bei einem bestimmten Versagensmodus aktiv ist

*äquivalent* = gleichwertig dem Spannungszustand, wie in

\* *Mises Vergleichsspannung: Modus ‘Schubspannungsfließen’*

\* *Maximale Vergleichsspannung: spröd, Modus ‘Normalbruch’*

(2) Der einachsige Vergleichsspannungswert  $\sigma_{eq}$

= vergleichbar mit Festigkeitswert  $R$

des aktivierten Modus .

## Zur Modellfestlegung: Beispiel *Isotrope Betonmatrix*

---

1. Für jedem Modus (mit seinem Bruchtyp): Aufstellung einer Ansatzfunktion für eine die Bruchkörper-Oberfläche beschreibende Festigkeitsbedingung  $F =$ 
  1. *Modellparameter werden im reinen Bruchtyp-Bereich Normalbruch NF oder Schubbruch SF bestimmt*
2. Kein „Fitten“ der Testdaten auf Zugmeridian und Druckmeridian.  
*Meridian-Kurven ergeben sich aus der geschlossenen 3D-Ansatzfunktion  $F$*
3. Signifikante Modellparameter seien klassisch messbare Größen. Diese sind Festigkeiten  $f (= R)$  und bei sprödem Verhalten noch Reibung(en)  $\mu$
4. Aufstellung von Bruch-Festigkeitsbedingungen unter Verwendung von Invarianten (analog zu v. Mises,  $J_2$ ), die einem physikalischen Mechanismus des Werkstoffelementes zuordenbar sind.

# Physikalisch basierte Invariantenwahl bei der Aufstellung von Festigkeitsbedingungen auf Invariantenbasis (isotrop , 120°-Symmetrie)

\* **Beltrami** : “Bei ‘Fließbeginn’ besitzt der Werkstoff eine bestimmte *Verzerrungsenergie*, die sich zusammensetzt aus  
=*Volumenänderungsenergie* ( $I_1^2$ ) und *Gestaltänderungsenergie* ( $J_2 \equiv v. Mises$ )

\* Mit **Beltrami**, **Mises** (HMH), und **Mohr / Coulomb** (**Reibung**) gilt:

Invariantenterme in der Versagensfunktion  $F$  können einem bestimmten physikalischen Mechanismus im Werkstoffelement zugeordnet werden :

- **Volumenänderung** :  $I_1^2$  ... (*dilatational energy*) **relevant für porösen Hebelstein**
- **Gestaltänderung** :  $J_2$  (v. Mises) . (*distortional energy*) **relevant, falls Gestalt sich ändert**
- und - **Reibung** :  $I_1$  ... (*friction energy*) **relevant falls, sprödes Verhalten**

Dazu kommt für die Erfassung der “120°-Symmetrie (Dellen)” des *isotropen Bruchkörpers*“:

- $J_3$ . als elegante Ansatzfunktion, um die bekannten Dellen oder Auswölbungen des Bruchkörpers , weil Moden mehrfach auftreten können, abzubilden.

**Invariante:** Kombination von Spannungen – potenziert oder nicht-potenziert –  
dessen Wert sich bei Änderung des Koordinatensystems nicht ändert.

# Wie formuliert man Festigkeitsbedingungen nach dem "Versagensmoduskonzept"?

## Beispiel: Cuntzes 3D-Ansatz im Druckbereich $I_1 < 0$ für isotrope Betonarten

Ansatzfunktion:  
isotrope  
Betonmatrix:

$$F^{SF} = c_{1SF} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_{SF}}{R^{c2}} + c_{2SF} \cdot \frac{I_1}{R^c} + c_{3SF} \cdot \frac{I_1^2}{R^{c2}} = 1$$

$R \equiv f$

Hier auf  
Druckfestigkeit  
normiert !

koaxialer 'Mises'-Zylinder

$$c_{2SF} = f(\mu)$$

Empfohlen :  $0.1 < \mu < 0.2$   
(ein kleinerer Wert ist auf der konservativen Seite)

Parameter  $\Theta$ , die 120°-Symmetrie des Bruchkörpers isotroper Werkstoffe berücksichtigend, da 3 gleichwertige Hauptspannungsrichtungen vorliegen

$$\Theta_{SF}(J_3) = \sqrt[3]{1 + d_{SF} \cdot \sin(3\theta)} = \sqrt[3]{1 + d_{SF} \cdot 1.5 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3 \cdot J_2^{-1.5}}$$

Mises

$$I_1 = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^T = f(\sigma), \quad 6J_2 = (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = f(\tau)$$

$$27J_3 = (2\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}) \cdot (2\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II})$$

**Ein Festigkeitsansatz beschreibt in der Regel nur das einmalige Auftreten eines Modus oder Versagensmechanismus ! Daher ist die  $\Theta$ -Erweiterung notwendig, weil ein Mehrfach-Auftreten eines Modus, wie  $(\sigma_I = \sigma_{II})$ , abzubilden ist !**

Für die Testdatenabbildung (Mappen), und damit für die Validierung des Versagensmodus-Ansatzes F sind Mittelwerte der Festigkeiten  $\bar{\tau}$  zu verwenden !

$(\sigma_I$  etc. sind die Hauptspannungen. Bruchtreibende Spannungen sind  $\sigma$  und  $\tau$ )

Bruchwinkel  $\theta_{fp}$  liefert: duktil  $45^\circ$  ( $\mu=0$ , Gleitebenen), spröd  $45^\circ < 50^\circ$  ( $\mu=0.174$ , Bruchebene),  $55^\circ$  ( $\mu=0.309$ ).

# Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingungen für Beispiel Normalbeton

**Ansatz:** 
$$F_{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}^t}$$

$$F_{SF} = c_{1SF} \cdot \frac{3J_2 \cdot \Theta_\tau}{\bar{R}^{c2}} + c_{1SF} \cdot \frac{I_1}{\bar{R}^c} = 1$$

Considering bi-axial strength (failure mode occurs twice): in Effs nun

$$\sigma = \bar{R} \cdot Eff$$

$$Eff_{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3} + I_1}{2 \cdot \bar{R}^t} = \sigma_{eq}^{NF} / \bar{R}^t$$

$$Eff_{SF} = \frac{c_{2SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_{2SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_{1SF} \cdot 3J_2 \cdot (\Theta_{SF})}}{2 \cdot \bar{R}^c} = \sigma_{eq}^{SF} / \bar{R}^c$$

$c_{NF}, \Theta_{NF}$  from the two points  $(\bar{R}^t, 0, 0)$  and  $(\bar{R}^{tt}, \bar{R}^{tt}, 0)$  or minimum error fit, if data available

$c_{SF}, \Theta_{SF}$  from the two points  $(R^c, 0, 0)$  and  $(\bar{R}^{cc}, \bar{R}^{cc}, 0)$  or minimum error fit, if data available

The failure surface may be closed at both the ends: A **paraboloid** serves as **closing** cap and bottom

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{cap} \cdot \left( \frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{NF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\max I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

$$\frac{I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t} = s_{bot} \cdot \left( \frac{\sqrt{2J_2 \cdot \Theta_{CrF}}}{R_t} \right)^2 + \frac{\min I_1}{\sqrt{3} \cdot R_t}$$

*nicht für dichten Beton*

The slope parameters  $s$  are determined connecting the respective hydrostatic strength point with the associated point on the tensile and the compressive meridian,  $\max I_1$  must be assessed, whereas  $\min I_1$  can be measured.

$$\bar{R}^{tt} = \bar{R}^t / (3^{1/Mt}), \quad Mt = \ln(2) / \ln(\bar{R}^t / \bar{R}^{tt}) \quad [\text{Awaji}]$$

$$\vartheta = \vartheta^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}, \quad \text{with } \vartheta^\circ \text{ as Lode-angle of the meridian}$$

**Modus-**

**Interaktion:**

$$Eff = [ (Eff^{NF})^m + (Eff^{SF})^m ]^{m^{-1}} = 1 = 100\% \text{ Gesamtanstrengung}$$



# Cuntzes 3D-Festigkeitsbedingung) for anisotrope UD-Werkstoffe (Lamelle)

(Cuntze was top-ranked in the World-Wide-Failure-Exercises-I and-II gegen alle Institute der Welt)

FF1  $Eff^{||\sigma} = \check{\sigma}_1 / \bar{R}_{||}^t = \sigma_{eq}^{||\sigma} / \bar{R}_{||}^t, \quad \check{\sigma}_1^* \cong \varepsilon_1^t \cdot E_{||}$  filament strains from FEA

FF2  $Eff^{||\tau} = -\check{\sigma}_1 / \bar{R}_{||}^c = +\sigma_{eq}^{||\tau} / \bar{R}_{||}^c, \quad \check{\sigma}_1 \cong \varepsilon_1^c \cdot E_{||}$  **2 filament modes**

IFF1  $Eff^{\perp\sigma} = [(\sigma_2 + \sigma_3) + \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / 2\bar{R}_{\perp}^t = \sigma_{eq}^{\perp\sigma} / \bar{R}_{\perp}^t$  **3 'matrix' modes**

IFF2  $Eff^{\perp\tau} = [(\frac{\mu_{\perp\perp}}{1-\mu_{\perp\perp}}) \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{1-\mu_{\perp\perp}} \sqrt{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2}] / \bar{R}_{\perp}^c = +\sigma_{eq}^{\perp\tau} / \bar{R}_{\perp}^c$  **3 'matrix' modes**

IFF3  $Eff^{\perp||} = \{ [2\mu_{\perp\perp} \cdot I_{23-5} + (\sqrt{(2\mu_{\perp\perp})^2 \cdot I_{23-5}^2 + 4 \cdot \bar{R}_{\perp||}^2 \cdot (\tau_{31}^2 + \tau_{21}^2)})] / (2 \cdot \bar{R}_{\perp||}^3) \}^{0.5} = \sigma_{eq}^{\perp||} / \bar{R}_{\perp||}$

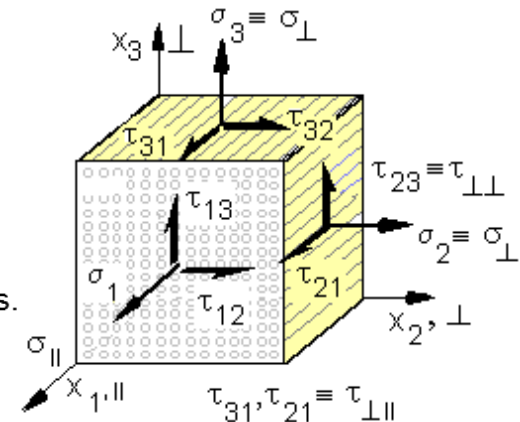
with  $I_{23-5} = 2\sigma_2 \cdot \tau_{21}^2 + 2\sigma_3 \cdot \tau_{31}^2 + 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{21}$  [Cun04, Cun11]

Modes-Interaction  $Eff^m = (Eff^{||\tau})^m + (Eff^{||\sigma})^m + (Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp||})^m$

with influence IFF on FF :  $= 1 = 100\%$  is 'onset of failure'

with mode-interaction exponent  $2.5 < m < 3$  from mapping test data

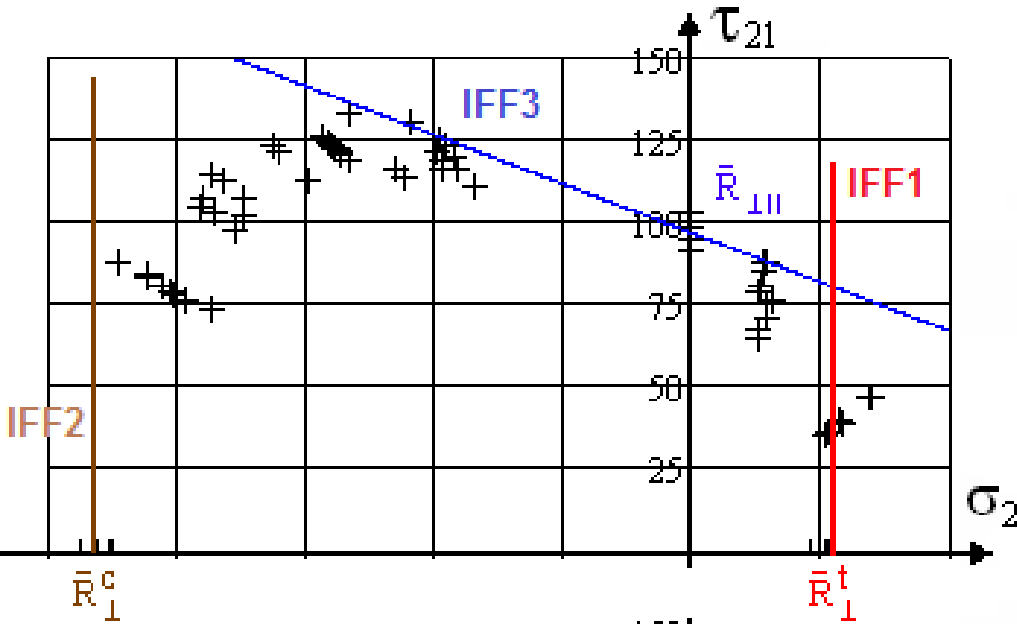
Typical friction value data range:  $0.05 < \mu_{\perp||} < 0.3, \quad 0.05 < \mu_{\perp\perp} < 0.2$



$Eff$ : = material stressing effort (Werkstoffanstrengung),  $R$ : = UD strength,  $\sigma_{eq}$ : = equivalent stress.  
 $Eff$ : = artificial word, fixed with QinetiQ in 2011, to have an equivalent English term.  
 Poisson effect considered\*: bi-axial compression strains a filament without any  $\sigma_1$   
 t: = tensile, c: = compression, || : = parallel to fibre,  $\perp$  : = transversal to fibre

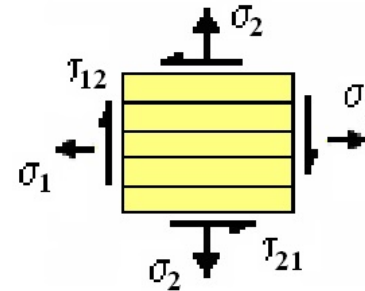
# Interaktionsbeispiel: UD-Versagensmodi der Lamelle

$$\tau_{21}(\sigma_2), \bar{\sigma}_1 = 0$$



Mapping of course of IFF test data in a pure mode domain by the associated *Mode Failure Condition*.

3 IFF pure modes = straight lines !

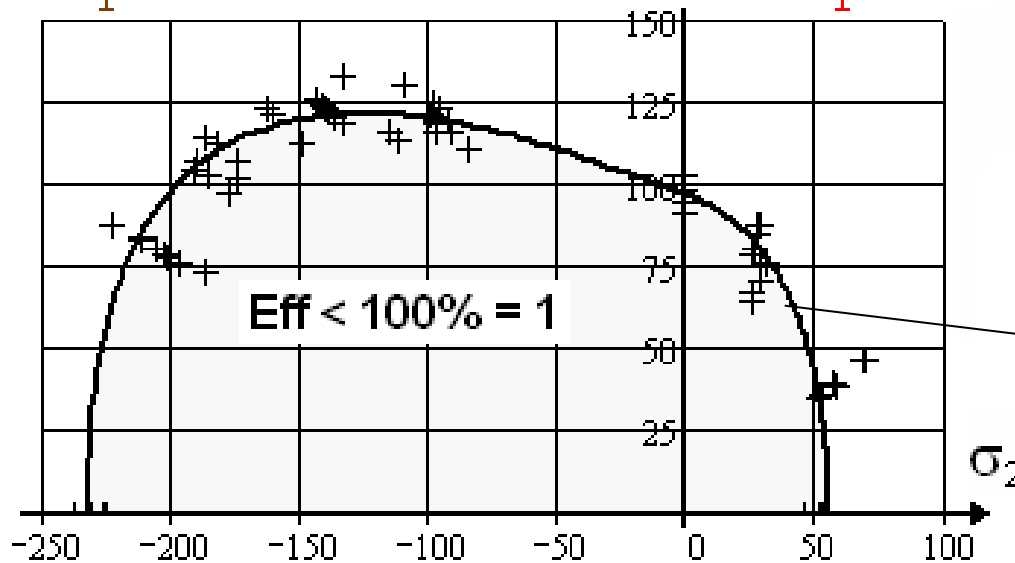


$$\text{IFF 1: } \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^t} = 1$$

$$\text{IFF 2: } \frac{-\sigma_2}{R_{\perp}^c} = 1$$

IFF 3 (2D-simplified):

$$\frac{|\tau_{21}|}{\bar{R}_{\perp\parallel} - \mu_{\perp\parallel} \cdot \sigma_2} = 1$$



Mapping of course of test data by *Interaction Model*:

$$(Eff^{\perp\sigma})^m + (Eff^{\perp\tau})^m + (Eff^{\perp\parallel})^m = 1$$

$$m = 2.5, \mu_{\perp\parallel} = 0.3$$

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)**
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

**Nun Anwendungen der aufgestellten Festigkeitsbedingungen**  
 **$F = 1$  oder  $Eff = 100\%$**   
*= mathematische Formulierung der Bruchkörper-Oberfläche*

# Was bedeutet der Begriff Bruchkörper? *Isotroper Werkstoff*

---

Bruchkörper: Menge aller Spannungskombinationen = Beanspruchungszustände, die gerade noch nicht zum Bruch führen.

Bruchkörper-Oberfläche: Fläche, auf der alle Bruch-Spannungskombinationen liegen. Sie wird mathematisch durch eine Bruch-Festigkeitsbedingung

$F(\underline{\sigma}, \underline{f} \text{ oder } R)$  beschrieben ( $f$  ist Festigkeit =  $R$  Resistance, Widerstand).

Trifft die Vektorspitze des anliegenden Beanspruchungszustands die Oberfläche, so ist der lastbezogene Reservefaktor  $RF = 1$  oder die Werkstoffanstrengung  $Eff = 100\%$  ( $= 1$ ).

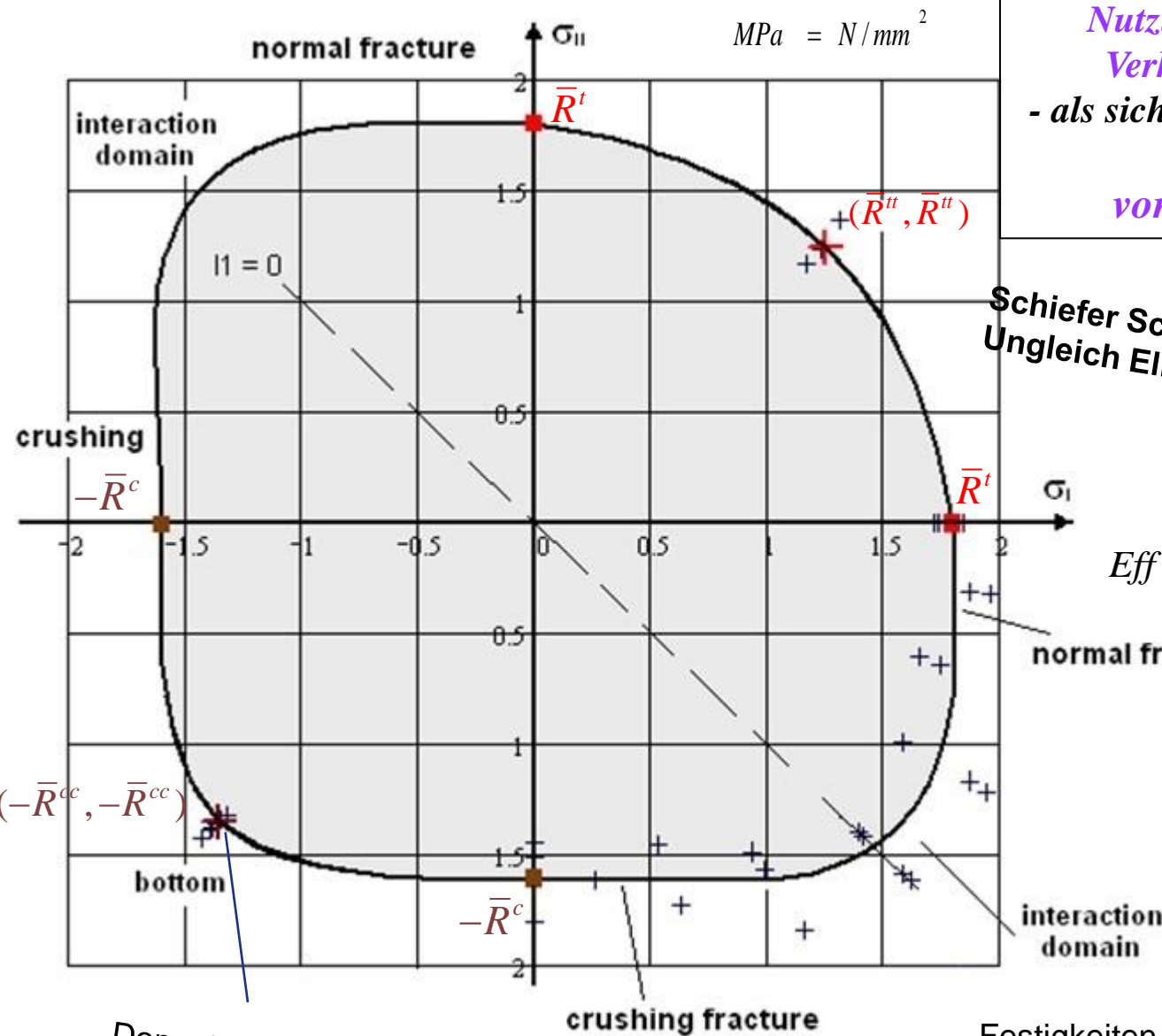
Für jeden 'Dimensionierenden Lastfall' mit seinen diversen Versagensmoden ist nachzuweisen, dass an den beanspruchungskritischen Stellen des Werkstoffs gilt:

Festigkeit  $>$  Beanspruchung bzw.  $RF > 1$  oder  $Eff < 100\%$ .

Liegt die Spitze des den Spannungszustand beschreibenden Vektors  $\underline{\sigma}$ , gebildet aus den 3 Hauptspannungen, noch innerhalb des Bruchkörpers, so liegt noch eine Reserve vor und die Belastung kann noch um den sog. Reservefaktor  $RF$  gesteigert werden bis schließlich Bruch eintritt.

*Hat der Werkstoff Fließvermögen, so wird die mit der Belastung sich vergrößernde Fließoberfläche schließlich durch die Bruchoberfläche begrenzt !*

# 2D-Testdaten Rohacell Schaum: Abbildung in Hauptspannungsebene (spröd porös)



*Nutzung der Analogie des Bruch-Verhaltens von Rohacell 71 IG - als sich ähnlich verhaltendes Material - zur Vorhersage von Ytong, Poren'beton'*

$$v = 0$$

*Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper. Ungleich Ellipse beim Mises-Fließkörper!*

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{CrF})^m]^{m^{-1}} = 1$$

$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{CrF} = c_{CrF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{CrF}) - I_1^2 / 3 - I_1}}{2 \cdot \bar{R}_c}$$

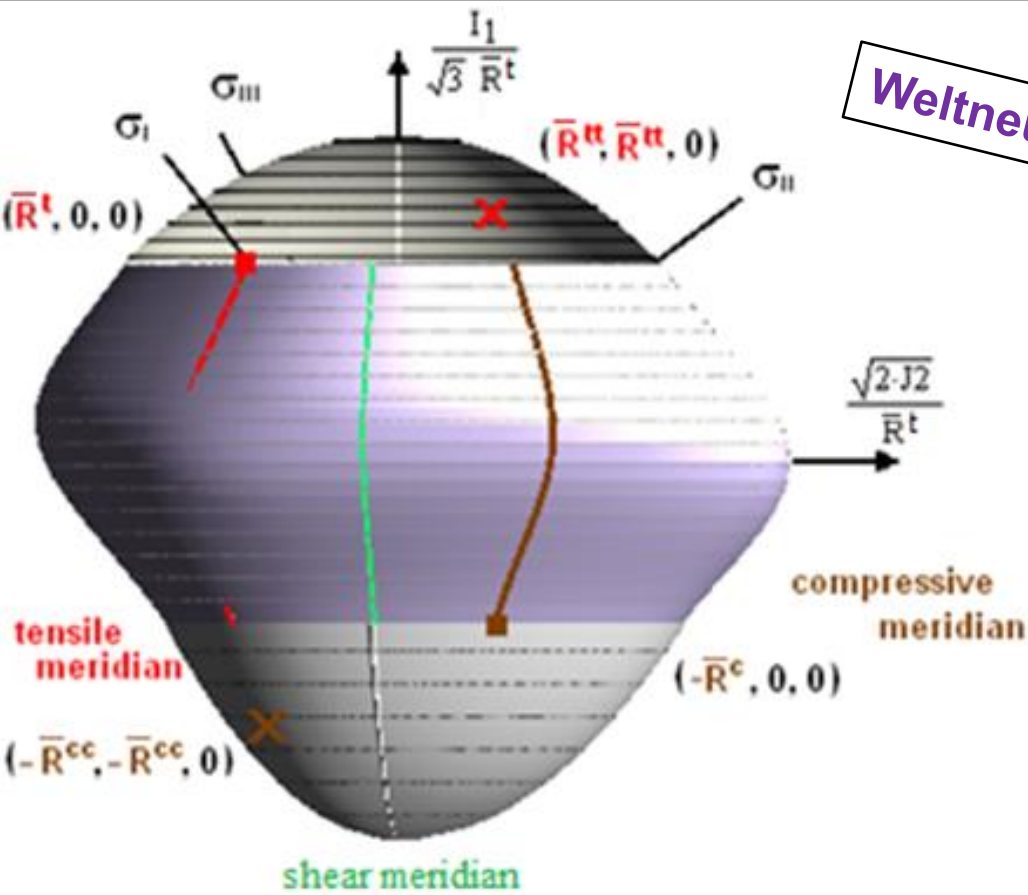
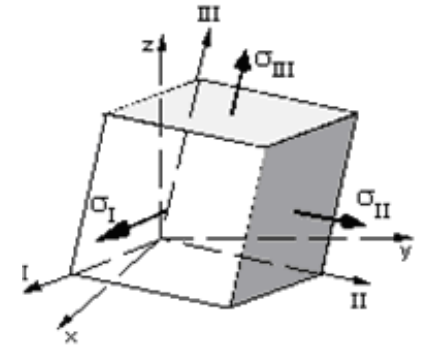
[Testdaten Courtesy: 'BF-Darmstadt DKI, Dr. Kolupaev]

*Doppel-Bruchmodus! Erfassung durch  $\Theta(J_3)$*

Festigkeiten ■ ■

2D-Testdaten in der Hauptspannungsebene sind durch den 2D-reduzierten 3D-Ansatz abzubilden (Mappen). Die 3D-Bruchoberfläche bringt dann der 3D-Ansatz

Weltneue Darstellung



tensile meridian:  $\sigma_I > \sigma_{II} = \sigma_{III}$

mathematisch

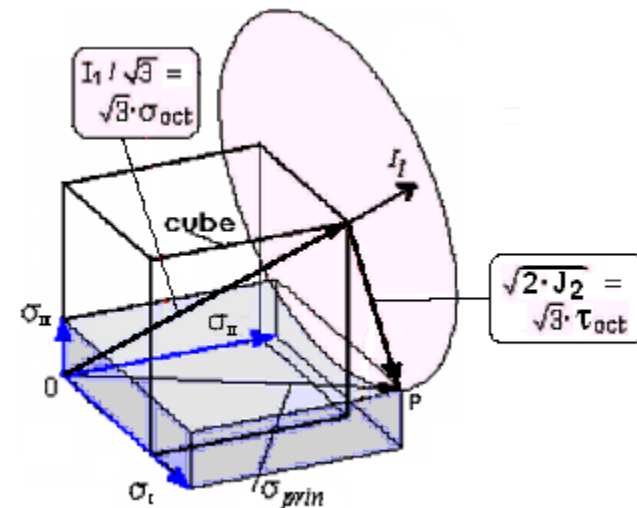
compressive meridian:  $\sigma_I < \sigma_{II} = \sigma_{III}$

Visualisierung der Lode- (Haigh-Westergaard) Koordinaten

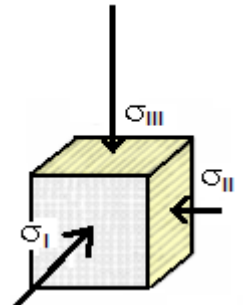
Man kann die 3 Achsen austauschen wegen der 120°-Symmetrie isotroper Körper !

Schubmeridian ist hier COS-Ursprung:  $\Theta = \sqrt[3]{1 + d \cdot \sin(3\theta)}$

Lode angle, here set as  $\sin(3\theta)$ , with 'neutral' shear meridian angle 0°; tensile meridian angle 30°; compressive meridian angle -30°



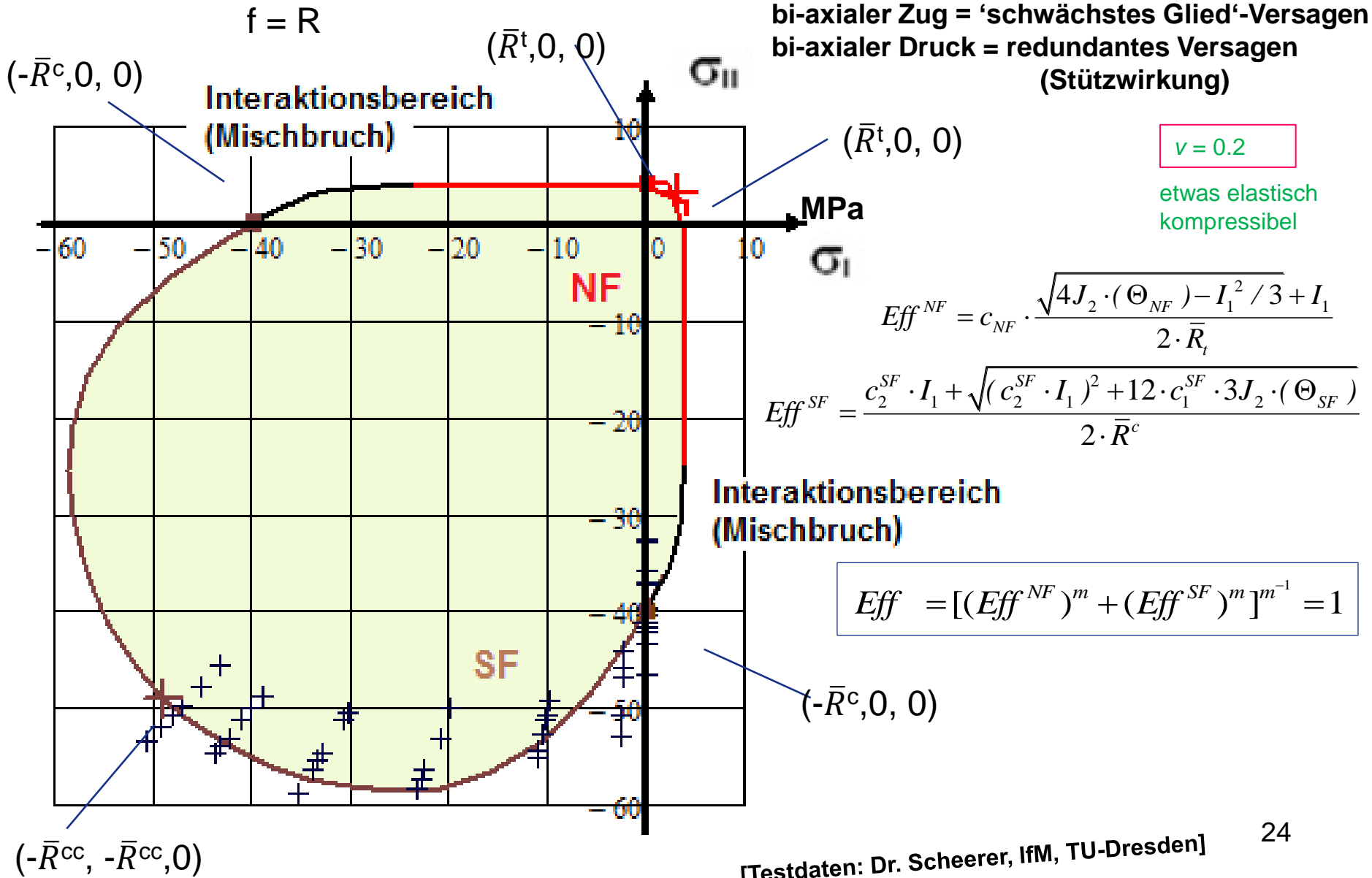
- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton**
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle



# Normalbeton: Abbildung der 2D-Testdaten in Hauptspannungsebene,

$$\sigma_{II}(\sigma_I)$$

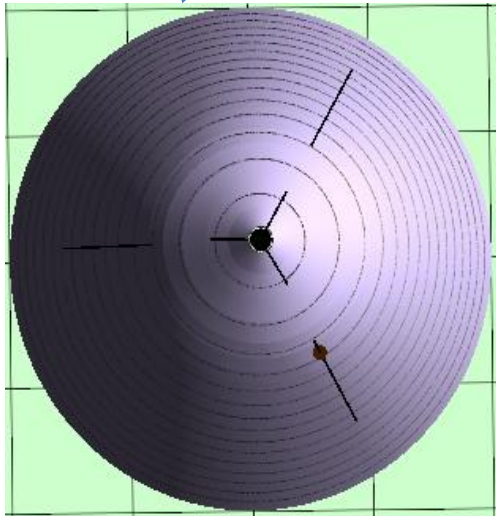
**Schiefer Schnitt durch den Bruchkörper** (Vergleiche die 'Mises'-Ellipse!)





# Bruchkörper Normalbeton

'1-fach' Bruchkörper versus  
'3-fach' Bruchkörper



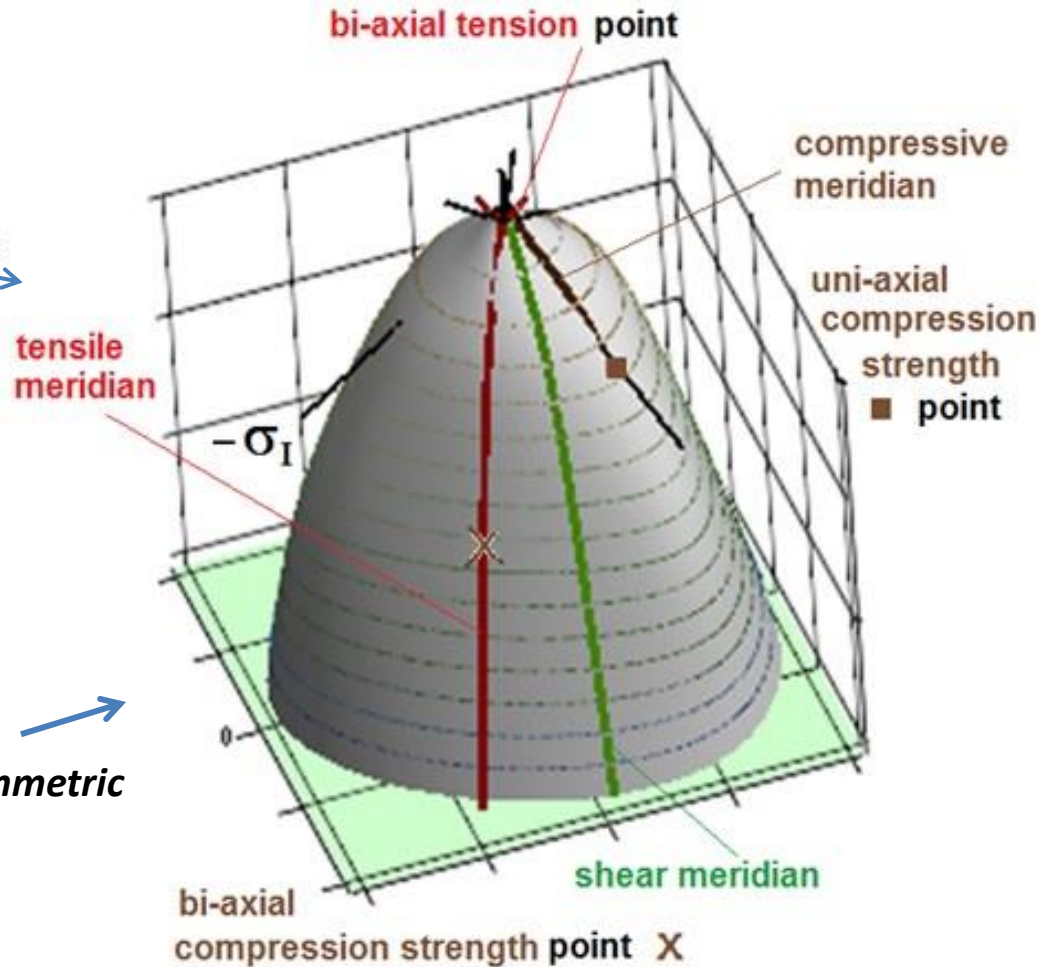
**rotationssymmetrisch !**  
**Ohne Dellen, Beulen**

$$Eff^{NF} = \frac{\sqrt{4J_2 \cdot 1 - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{SF} = \frac{c_2^{SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_2^{SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_1^{SF} \cdot 3J_2 \cdot 1}}{2 \cdot \bar{R}^c}$$

$$Eff = [(Eff^{NF})^m + (Eff^{SF})^m]^{m^{-1}} = 1$$

120°-symmetric



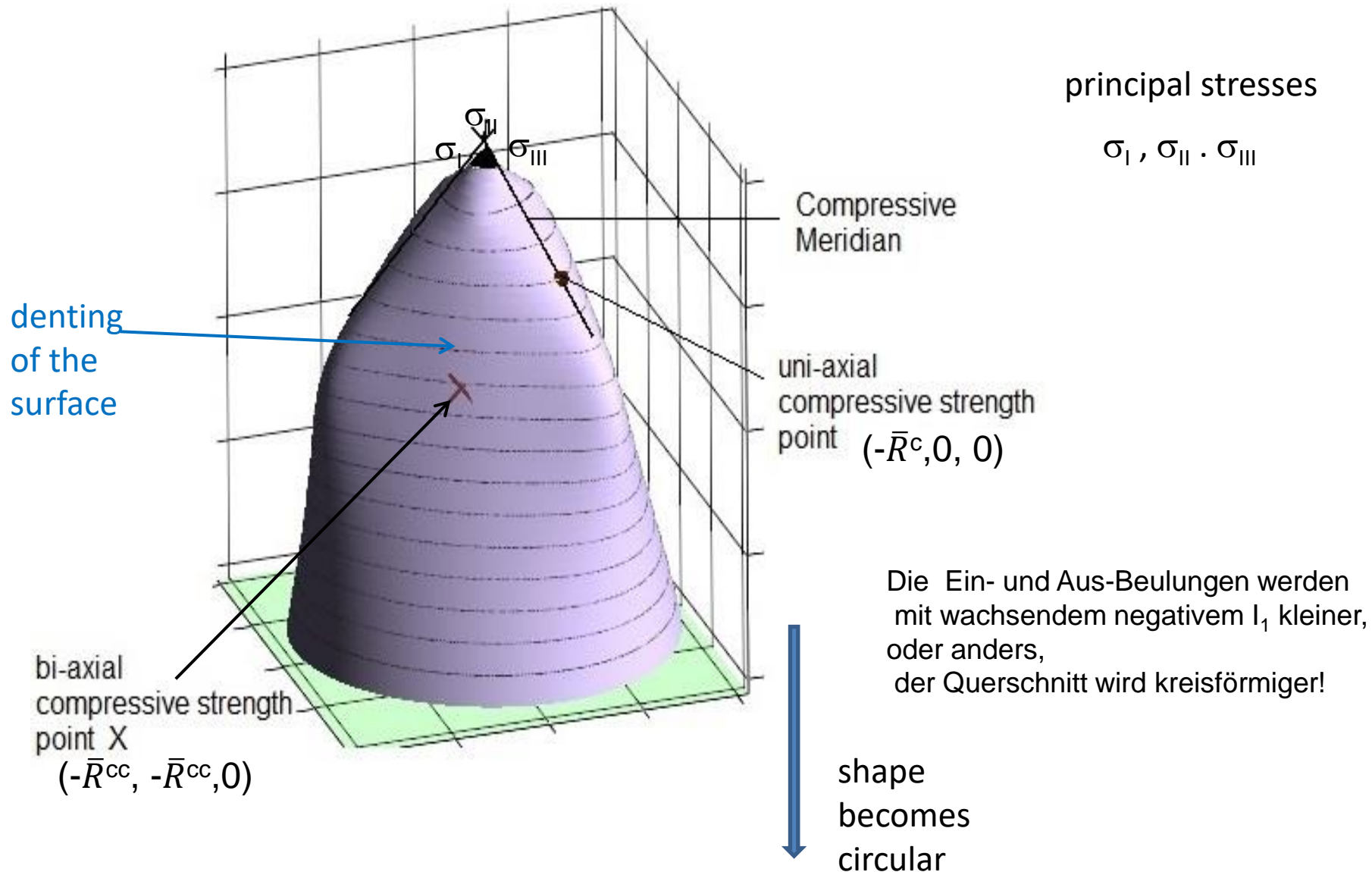
$$Eff^{NF} = c_{NF} \cdot \frac{\sqrt{4J_2 \cdot (\Theta_{NF}) - I_1^2 / 3 + I_1}}{2 \cdot \bar{R}_t}$$

$$Eff^{SF} = \frac{c_2^{SF} \cdot I_1 + \sqrt{(c_2^{SF} \cdot I_1)^2 + 12 \cdot c_1^{SF} \cdot 3J_2 \cdot (\Theta_{SF})}}{2 \cdot \bar{R}^c}$$

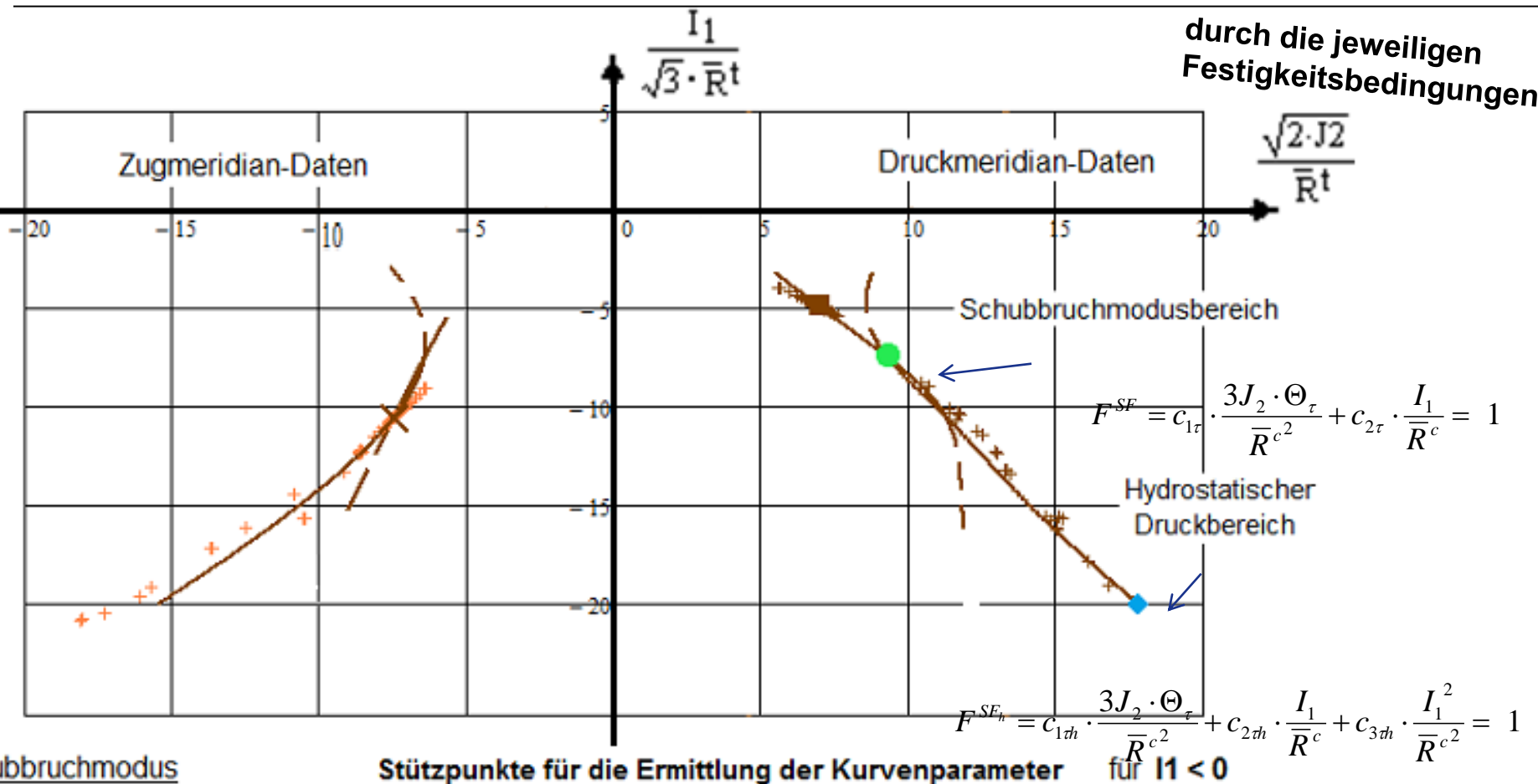
- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)**
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

**3D-Testdaten sind durch den 3D-Ansatz abzubilden.  
Bruchkurven der Meridiane und in der Hauptspannungsebene werden durch den  
reduzierten, 3D-valisierte n 3D-Ansatz abgebildet (Mappen)**

# Ultra-High-Performance-Concrete (UHPC) Bruchkörper



# GÜTE-CHECK: 3D-Ansatz durch Zugmeridian- + Druckmeridian-Daten



## Schubbruchmodus

Ermittlung von

Druckfestigkeitspunkt ■ und Punkt ●: Großparameter  $c_{1\tau}$  und Reibungs-Parameter (Formparameter)  $c_{2\tau}$

Druckfestigkeitspunkt X und bi-axialer Festigkeitspunkt X: Nicht-Koaxialitäts-Parameter  $\Theta_\tau$

## Hydrostatischer Druckmodus

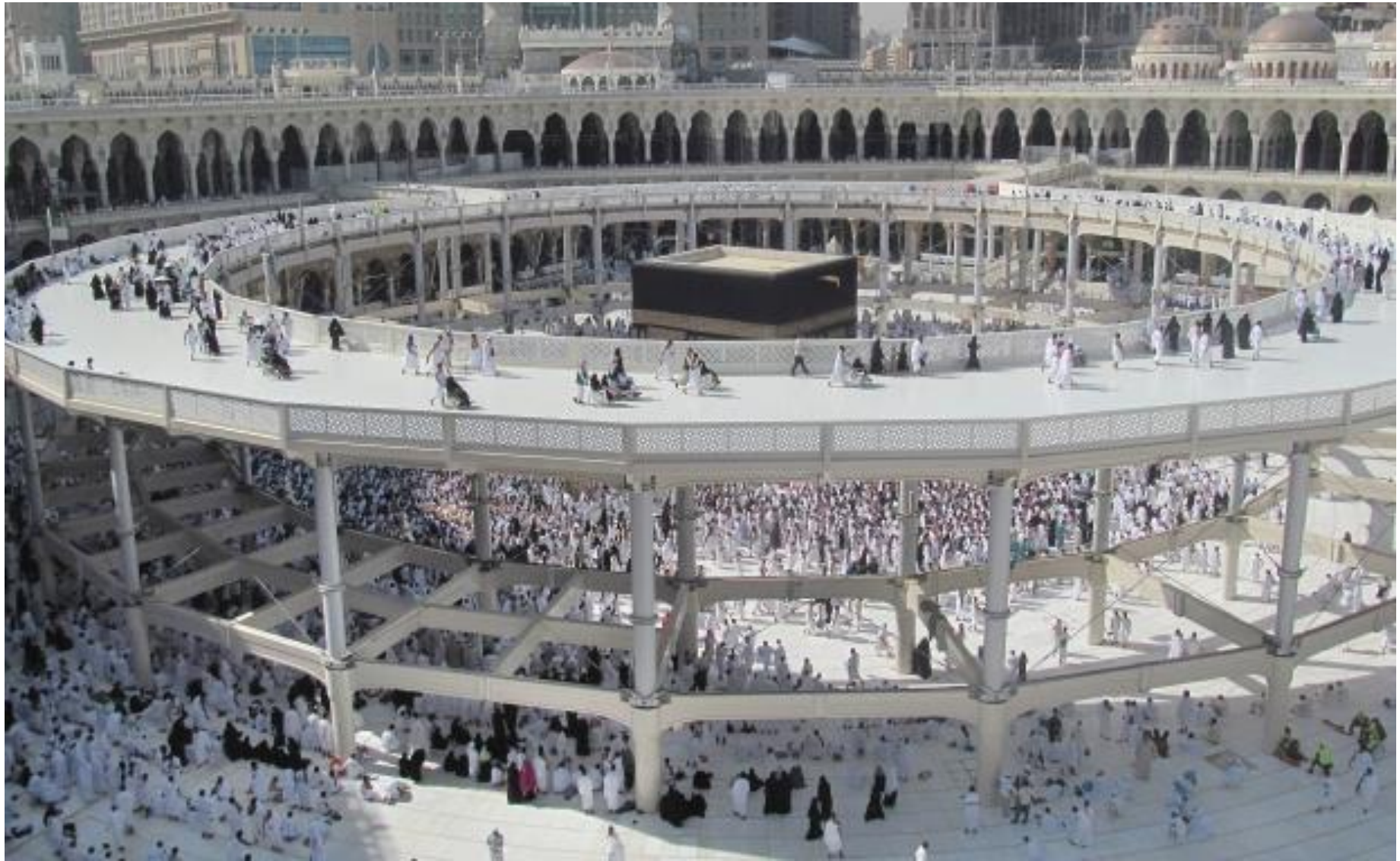
Ermittlung von hydrostatischem Druckeffekt-Parameter  $c_{3\tau}$

vorläufiger Ansatz in Verwendung der Punkte X ● ◆

- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)**
- 7 Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle

**3D-UD-Bruchmodell** : *wichtig für*  
\* CFK-Konstruktionen  
\* vorgespannte Lamelle im Einspannbereich

## UD-Werkstoff wie Lamelle



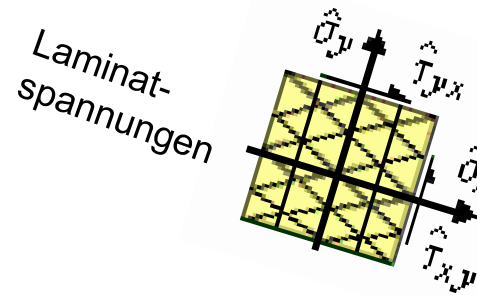
Mekka, **CFK**-Pilgerwegkonstruktion um die Kaaba. Inner - $\Phi$  80 m, 400 t CFRP  
[Premier Composite Technologie PCT, Dubai, [VancouverSun.com](http://VancouverSun.com)]



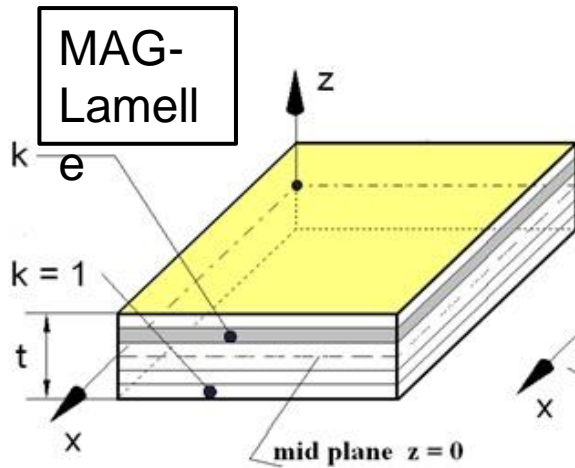
## Beanspruchungszustände in einer Lamelle:

- 2D: Längszug + Querzug, Querdruck zur Faserrichtung und Schub bei Querkraftverstärkung, s. u.
- In Dickenrichtung Druck in der Endverankerung

Endverankerungssystem  
Sto S&P CFK-Lamellen

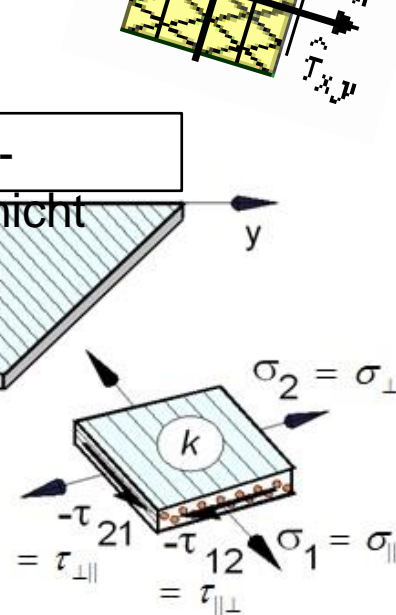


Falls Lamelle aus  
Multi-Axial-Gelege (MAG)  
[0/45/-45/90]



2D Stress state: lamina stresses

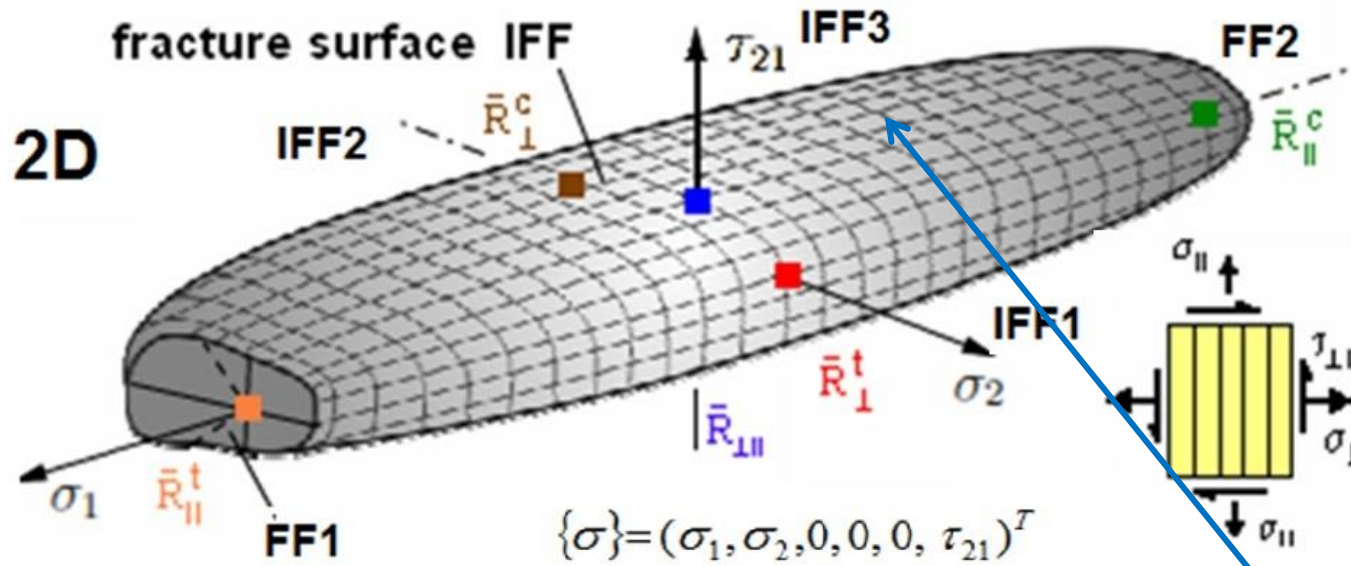
$$\{\sigma\} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0, \tau_{23} = 0, \tau_{31} = 0, \tau_{21})^T$$



Lamelle (Einzelschicht)  
Festigkeitsbewertung

# 2D- und 3D-Bruchkörper der UD-Lamelle,

$$\{\bar{R}\} = (\bar{R}_{\parallel}^t, \bar{R}_{\parallel}^c, \bar{R}_{\perp}^t, \bar{R}_{\perp}^c, \bar{R}_{\perp\parallel})^T$$

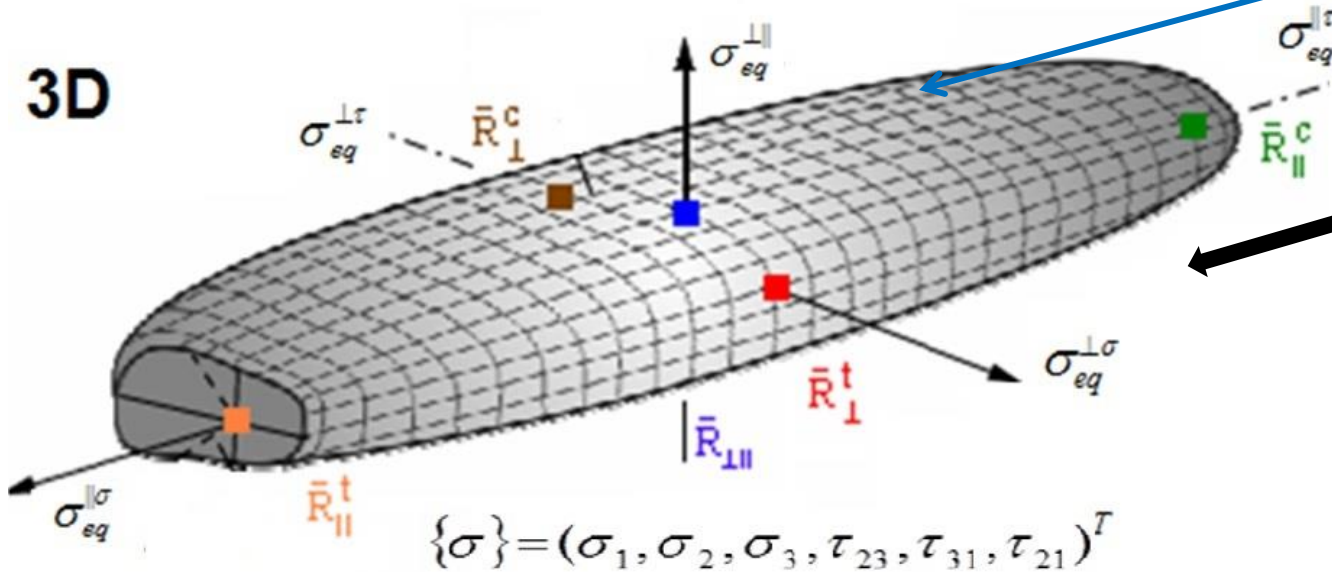


$$\nu_{\perp\perp} = 0.4,$$

$$\nu_{\perp\parallel} = 0.3,$$

$$\mu_{\perp\perp} \approx 0.4,$$

$$\mu_{\perp\parallel} = 0.2$$



nach Ersetzen von  $\sigma$  durch  $\sigma_{eq}^{mode}$

Bruchkörper = Oberfläche aller Bruchversagens-Spannungszustände



- 1 Einführung
- 2 Cuntze's Versagens-Modus-Konzept - Basis von Festigkeitsbedingungen
- 3 Anwendung auf porösen 'Beton' (Ytong, Hebel) (ähnlich: Schaum Rohacell 71 G)
- 4 Anwendung auf Normalbeton
- 5 Anwendung auf UHPC (Ultra High Performance Concrete)
- 6 Anwendung auf transversal-isotrope CFK-Lamelle (Polymer-Matrix)
- 7 **Anwendung auf Ermüdung: Beton + Lamelle**

*Nachdem in der letzten Zeit häufig über Ermüdung beim Carbonbeton gesprochen wurde, möchte ich zusätzlich noch sehr kurz meine Modellierungsidee für Beton und Lamelle vorstellen.*

# Zyklische Festigkeit von Beto und Lamelle,Faserstränge

---

- **Lamelle und Faserstrang:** *Erfahrung mit gerade liegenden, gestreckten Fasern*

Ingenieurpraktischer Ansatz: Static Design Limit Strain  $\varepsilon < 0.3\%$  ,

bedeutet praktisch: vernachlässigbares Matrix-Mikrorißbildung

Lange Design Erfahrung bewies: Keine Ermüdungsgefahr vorhanden

- **Beton:**

✓ **Es gibt Methoden für die (statisch) Dauerstandfestigkeit > 50 Jahre.**

➤ **Bezüglich (zyklischer) Dauer(schwing)festigkeit oder Lebensdauer ist mir wenig Verbindliches bekannt.**

# Was wird benötigt für den Lebensdauernachweis?

---

- Bruchtyp-bezogenes Beanspruchungskollektiv
- Verfahren zur Quantifizierung der Schädigungsportionen während des Ermüdungsprozesses
- Linien konstanter Lebensdauer (CFL-curve) aus Haigh-Diagramm.  
Das Haigh-Diagramm beinhaltet alle Wöhlerkurven  $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$
- Schädigungs-Akkumulationshypothese (Relativ-Miner)

**Eine automatische Ermittlung  
der gekrümmten Linien konstanter Lebensdauer  
 $N = const$   
auf Basis weniger teurer Wöhlerkurven  
war mein, nun erreichtes Haupt-Ziel !**

# Ermüdungs-Schädigungstreiber Duktiler und Spröder Werkstoffe

---

- **Duktil** : isotrope metallische Werkstoffe

**1 Schädigungsmechanismus agiert** (Gleitebenenband-Fließen).

Derselbe Schädigungstreiber unter zyklischen Zug-, Schub- und Druckspannungen

- **Spröd** : isotrope Werkstoffe wie Beton

**2 Schädigungsmechanismen agieren**

= 2 Bruchversagensmoden, Bruchtypen Normalbruch (fracture) NF,

Schubbruch SF unter Druck

- **Bspöd** : UD- Werkstoffe wie transversal-isotrope (anisotrop) Lamelle

**5 Schädigungsmechanismen agieren**

= 5 Bruchversagensmoden

# ANNAHME: Bestimmung der zyklisch akkumulierenden Schädigungen

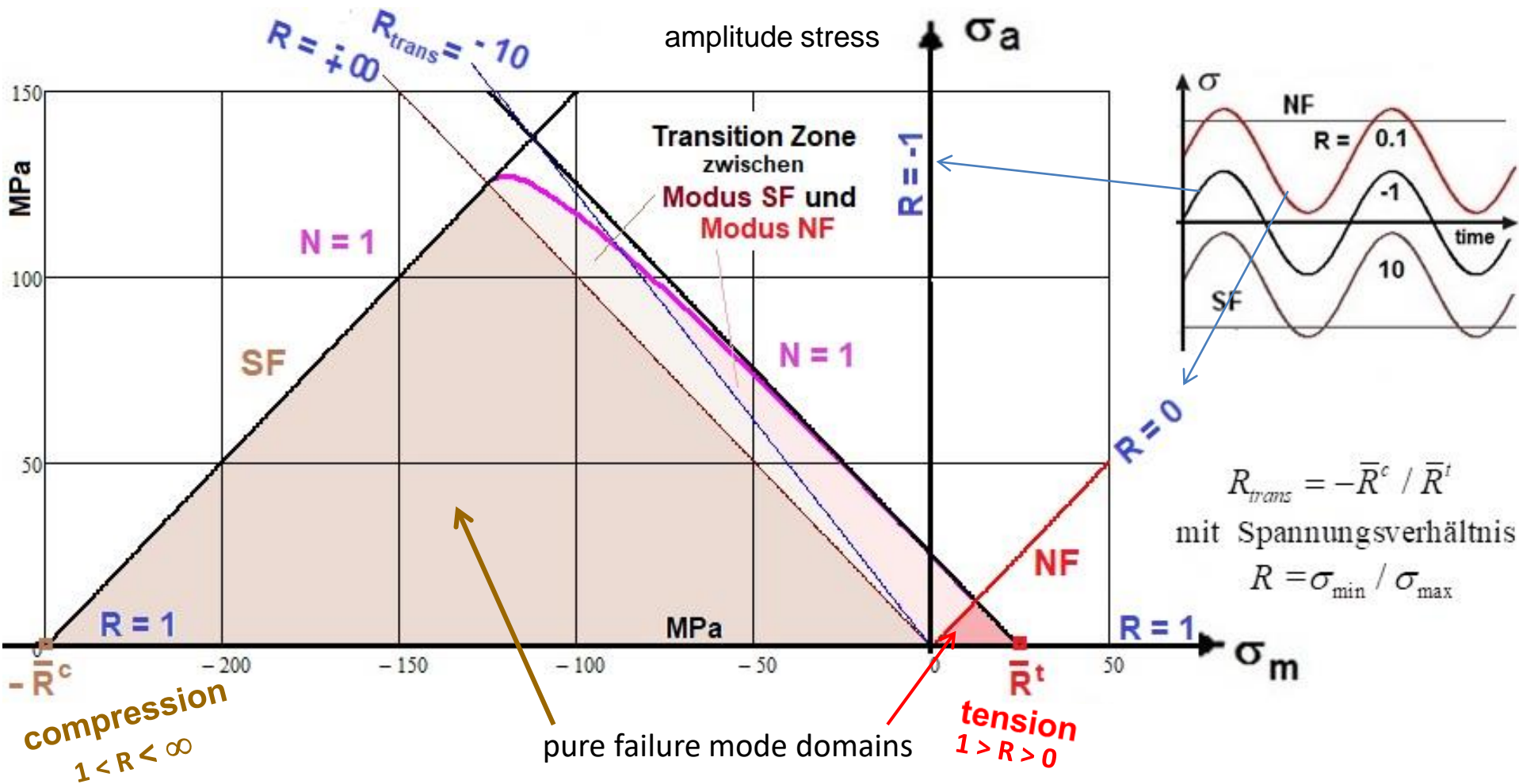
---

“Wenn der Versagensmechanismus (Modus) derselbe bleibt  
wie im statischen Fall, *dann*

- sind die Schädigung-treibenden Ermüdungsparameter dieselben und
- die Anwendung statischer Festigkeitsbedingungen auf die Quantifizierung der Schädigungs-Portionen ist erlaubt !“

*s.a. [Cuntze. R: 8.9.2019 auf Carbon Connected]  
Novel Fatigue Lifetime Prediction for Brittle Materials by using  
Strength Failure Mode-linked Modeling of Loading,  
a Mode-linked Basic (master) S-N Curve,  
the Application of a Strength Mode-linked variation of Kawai's 'Modified Fatigue Strength Ratio'  
for estimating further S-N curves*

# SCHEMA: Haigh-Diagramm eines Spröden Isotropen Werkstoffs wie Beton



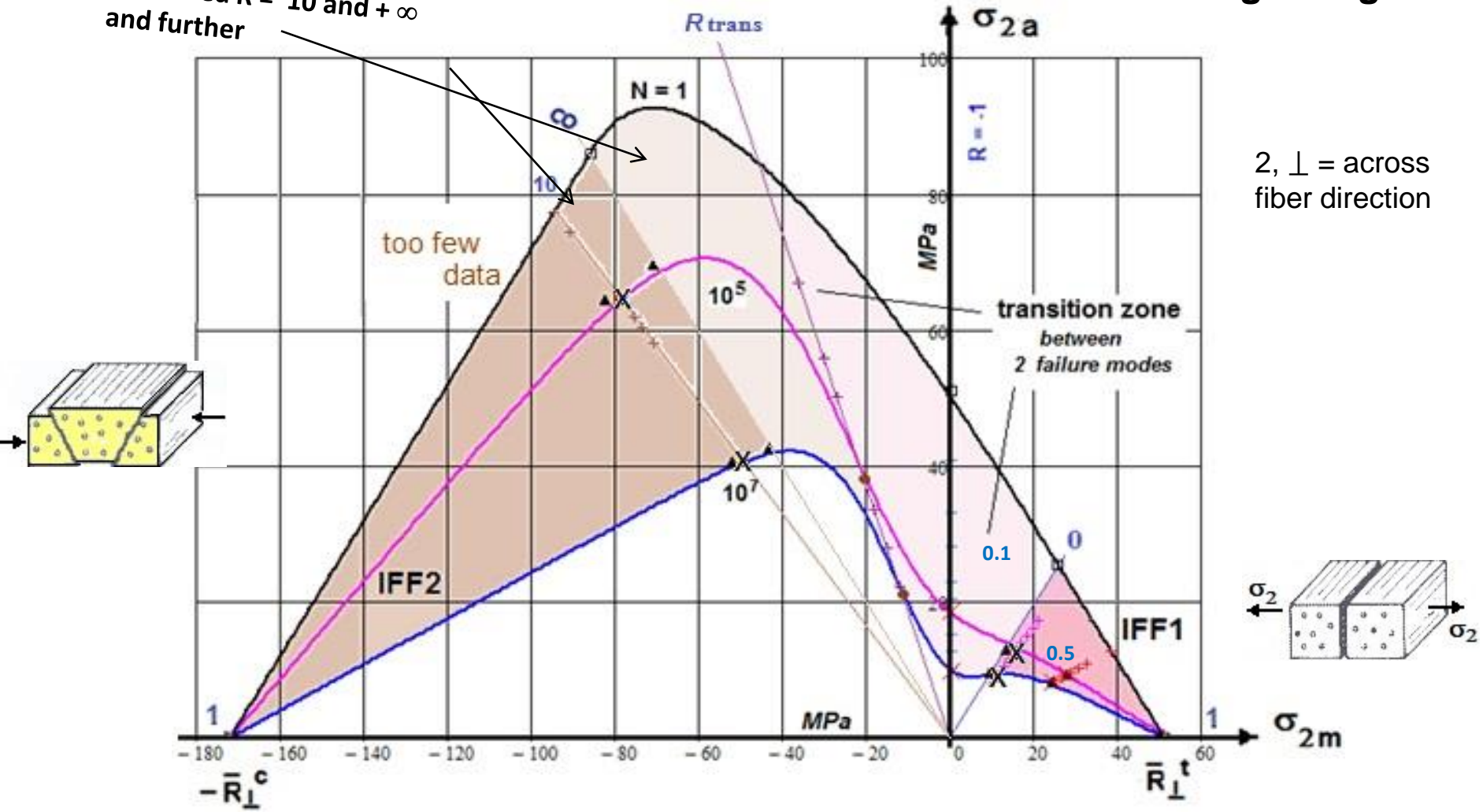
NF = Normal Fracture, SF = Shear Fracture, N = fracture cycle number

**Zwischenfaserbruch UD-Haigh-Diagramm IFF1- IFF2** *Analog ist Beton zu betrachten!*

**UD-Haigh-Diagramm**

test-free area between measured  $R = 10$  and  $+\infty$  and further

$R_{trans} = -R_c / R_t = -3.4$



2,  $\perp$  = across fiber direction

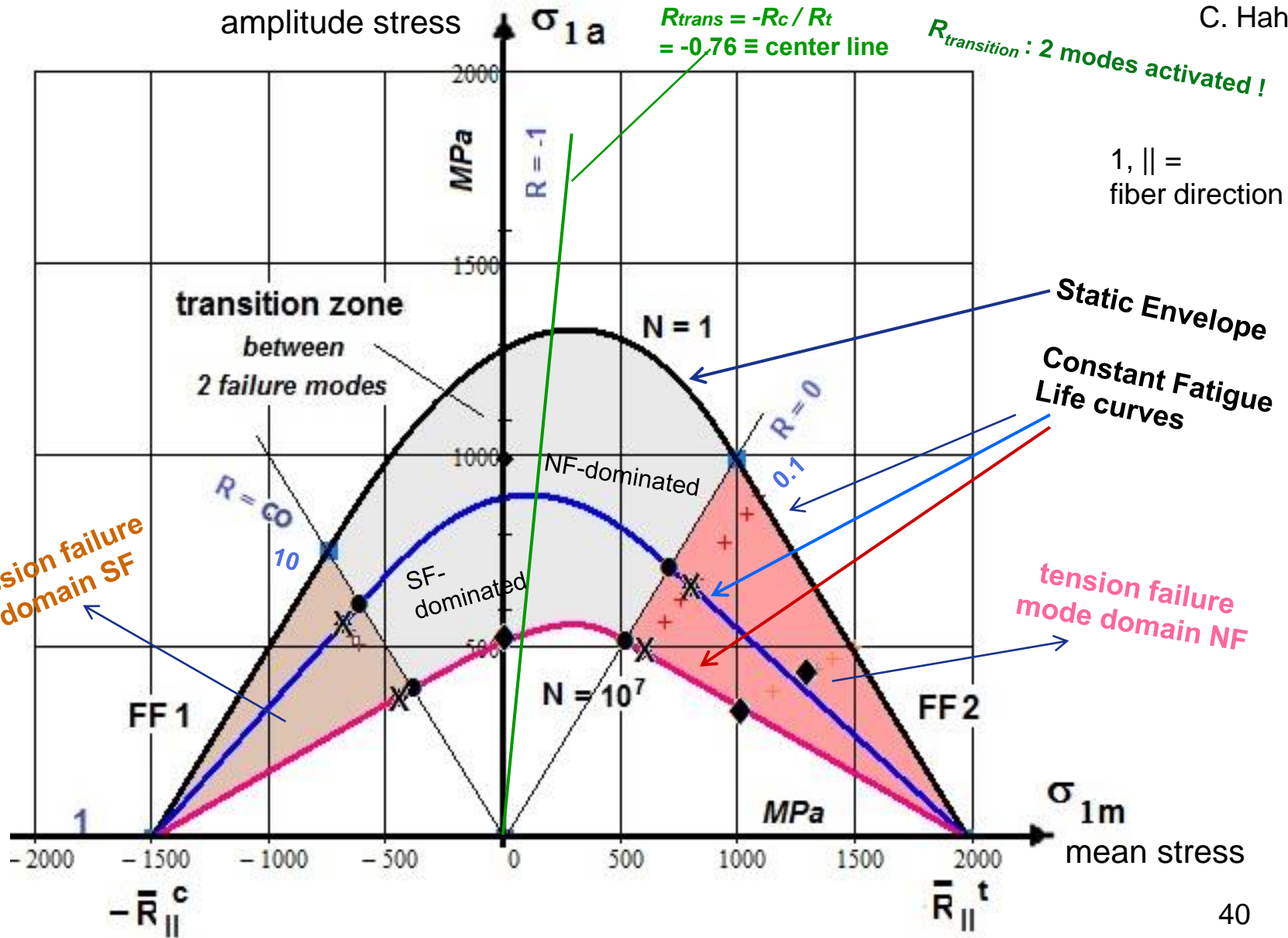
Curve in the IFF1-domain looks non-linear !

(Test data: Courtesy C. Hahne)

# Faserbruch UD-Haigh-Diagramm FF1- FF2

≡ *Lamelle!*

[test data  
C. Hahne]



NF = Normal Fracture, SF = Shear Fracture, N = fracture cycle number, CFL = Constant Fatigue Life



**“ Scientists would rather use  
someone else's toothbrush  
than someone else's terminology! “**  
*... or theory*

(Nobel laureate Murray Gell-Mann)

**Dank fürs Zuhören und Zusehen.**